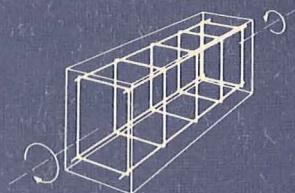
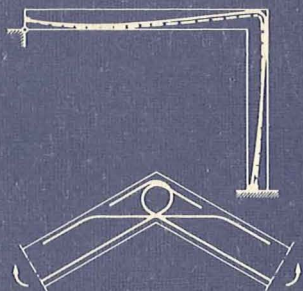


TROELS BRØNDUM-NIELSEN

# BETONKONSTRUKTIONER II



LABORATORIET FOR BÆRENDE KONSTRUKTIONER  
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE  
1970

20/2-70 Ejil Bachersen

TROELS BRØNDUM-NIELSEN

# BETONKONSTRUKTIONER II

LABORATORIET FOR BÆRENDE KONSTRUKTIONER  
DANMARKS TEKNISKE HØJSKOLE  
1970

## FORORD

Det er tilstræbt med den foreliggende Bog at dække nogle af de vigtigste af de Spørgsmaal vedrørende Betonkonstruktioner, som ikke er behandlet i mine tidligere Bøger "Betonkonstruktioner I" og "Spændbeton". Bogen udgør saaledes et Supplement til disse Bøger, som der refereres til i udstrakt Grad under Betegnelserne BK I (Betonkonstruktioner I, 1969) og SB (Spændbeton, 1969).

Nummereringen af Kapitler, Ligninger, Figurer og Litteraturhenvisninger etc. danner en direkte Fortsættelse af den i BK I anvendte. Bogstavsymbolfortegnelse, Emnefortegnelse over Litteratur, Forfatterindex og Alfabetisk Emneliste dækker baade BK I og nærværende Bog (BK II), saaledes at Opsøgning via en saadan Index er begrænset til BK II.

Ved Udarbejdelsen har jeg haft værdifuld Assistance fra Medarbejdere ved Laboratoriet for Bærende Konstruktioner, især Dr. techn. H. Krenchel, Lektor, Civilingeniør E. Skettrup, Civilingeniørerne H. C. Sørensen, S. Rostam og J. Rehling, Ingeniørassistent B. Leisten og Frk. Ebba Bengaard.

København, November 1969.

Troels Brøndum-Nielsen

INDHOLDSFORTEGNELSE

## Forord

## Bogstavsymboler

10.	Vridning .....	1
10.1	Vridningsmomenternes Betydning .....	1
10.2	Cirkulære Tværsnit .....	1
10.3	Andre Tværsnitsformer .....	3
10.31	Uarmeret Beton .....	3
10.32	Vridning optaget af Armeringen .....	6
10.33	Samvirken af Beton og Armering .....	9
10.4	Kombineret Vridning, Bøjning og Forskydning .	12
	Taleksempel Nr. 10.4.1 .....	13
11.	Dobbeltspændte Plader .....	18
	Taleksempel Nr. 11.1 .....	25
12.	Rammehjørner .....	30
13.	Støbeskel .....	37
14.	Spændbeton .....	40
14.1	Jernbeton, Spændbeton og delvis Forspænding .	40
14.2	Laaseglidning .....	43
	Taleksempel Nr. 14.2.1 .....	45
14.3	Lineær Transformation af Forspænding i Spændbetonrammer med fast Knudepunktsfigur	46
14.3.1	Det urevnede Stadium .....	46
14.3.2	Brudstadiet .....	48
14.3.3	Konklusion .....	48
	Eksempel Nr. 14.3.1 .....	49
	Eksempel Nr. 14.3.2 .....	51
14.4	Jernbeton, Spændbeton og delvis forspændt Beton paavirket til Forskydning .....	53
14.41	Jernbeton uden Forspænding .....	53
14.42	Spændbeton og delvis forspændt Beton .....	53
	Taleksempel Nr. 14.42.1 .....	60
14.5	Injektion af Spændarmerings-Kanaler .....	61
14.51	Mørtelens Egenskaber .....	62
14.52	Materialer .....	63
14.53	Mørtelens Blanding .....	63

14.54	Indjektions Udførelse .....	63
14.55	Kanaler .....	64
14.56	Injektion i koldt Vejr .....	64
14.6	Sikkerhedsforanstaltninger ved Opspænding .....	65
15.	Revnevidder .....	66
	Taleksempel Nr. 15.1 .....	71
16.	Deformationer .....	72
16.1	Motiver for Begrænsning af Deformationer .....	72
16.2	Beregning af Deformationer .....	75
	Taleksempel Nr. 16.1.1 .....	82
	Taleksempel Nr. 16.1.2 .....	85
	Litteratur .....	87
	Emnefortegnelse over Litteratur .....	96
	Forfatterindex .....	101
	Alfabetisk Emneliste .....	110
	Appendiks Nr. 5 .....	120
	Appendiks Nr. 6 .....	122

BOGSTAVSYMBOLER

Det er tilstræbt at bringe de anvendte Bogstavsymboler i størst mulig Overensstemmelse med det Forslag til internationale Bogstavsymboler, som er udarbejdet af den europæiske Betonkomité CEB (Comité Européen du Béton).

Spændinger betegnet  $\sigma$  regnes positive som Trykspændinger.

Spændinger betegnet  $\sigma$  regnes positive som Trækspændinger.

Tøjninger betegnet  $\epsilon$  regnes positive som Forkortelser.

Tøjninger betegnet  $\epsilon$  regnes positive som Forlængelser.

Iøvrigt anvendes hyppigt følgende Indices etc.:

- a betegner Armering
- b betegner Beton
- k som Index til  $\sigma$  betegner karakteristisk Brudspænding
- m betegner Middelværdi
- u betegner Brudværdi
- $\bar{\sigma}$  betegner tilladelig Spænding
- $\sigma^*$  betegner formel Brudspænding
- $\Delta$  som Præfiks betegner Tilvækst

Symbol	Betydning	Fig. Nr.	Ligning Nr.	Side
A A'	Tværsnitsarealer af Træk- og Trykarmering	7.32.7	7.32.5	I 51 I 86-87
A <sub>t</sub>	Tværsnitsareal af Forskydningsarmeringsstang		7.43.6	I 134
A <sub>1</sub>	$\frac{\sigma_b^* b h_0}{\sigma_a}$		7.34.6	I 120
B	Tværsnitsareal af Beton			I 51
B <sub>t</sub>	Transformeret Betonareal		7.31.9	I 57
B <sub>0</sub>	Det største Betontværsnit, hvis Tyngdepunkt falder sammen med Trækarmringens Tyngdepunkt	15.1		II 68

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$dA, dB, dB_t$	Infinitesimale Elementer af A, B og $B_t$		7. 31. 7	I 57
$B_1, B_2$	Arealer, der benyttes ved Beregning af Fundamenter		9. 4. 1	I 232
C	Cementmængde pr. $m^3$ Beton		2. 7. 2	I 16
$E_a$ $E'_a$	Staals Elasticitetskoefficient for Træk og Tryk		3. 5. 1 7. 1. 3	I 37 I 51
$E'_b$	Betons Elasticitetskoefficient for Tryk		2. 6. 1	I 13
$E'_{bo}$	Elasticitetskoefficient svarende til Arbejdsliniens Tangent i Begyndelsespunktet		7. 51. 5	I 170
$E'_{bt}$	Formel Elasticitetskoefficient ved Beregning af totale Tøjninger (incl. Krybning)		2. 8. 13	I 23
F	Areal i Laaseglidningsdiagram	14. 2. 1		II 44
F	Aralet af Normalsnit i hult, lukket Tværsnit inden for Midtlinien af Profilets Vægge		10. 31. 3	II 5
F	Tværsnitsareal af Rør		10. 32. 3	II 7
dF	Infinitesimalt Areal-element	10. 32. 2		II 8
H	Kraft ved Pladehjørner		11. 17	II 22
I $I_\xi$ $I_\eta$	Inertimoment om henholdsvis Tyngdepunktsakse, $\xi$ -Aakse og $\eta$ -Aakse		7. 34. 14 7. 31. 10 7. 31. 12	I 126 I 58 I 58
$I_x$	Inertimoment om vandret Tyngdepunktsakse (x-Aakse)		7. 41. 1	I 128

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$I_I$	Det transformerede Betontværsnits Inertimoment henholdsvis før og efter Revnedannelsen		16. 1. 1	II 75
$I_{II}$			16. 1. 2	II 76
K	Kamstaal			I 29
K	Krumning af udbøjet Søjle		7. 56. 2	I 176
M	Moment			I 75
$M_a$	Armeringskraftens ( $N_a$ eller $N'_a$ ) Moment med Hensyn til Undersidearmring			I 77
$M'_a$				I 80
$M_b$	Betonnormalkraftens ( $N_b$ ) Moment med Hensyn til Undersidearmring			I 80
$M_c$	Tillægsmoment ved Søjleberegning hidrørende fra Udbøjningen		7. 56. 1	I 175
$M_t$	Vridningsbæreevne af armeret Tværsnit		10. 33. 1	II 9
$M_{ta}$	Vridningsbæreevne af Armeringsnettet med Udnyttelse af Betonlamellerne som Trykdiagonaller	10. 32. 1		II 6
$M_{tb}$	Vridningsbæreevne af Betonen		10. 31. 1	II 4
$M_{to}$	Den til $T = 0$ svarende Værdi af $M_t$		10. 4. 1	II 12
$M_\xi$	Moment om $\xi$ - og $\eta$ -Aakse		7. 31. 10	I 58
$M_\eta$			7. 31. 12	I 58
$M_{max}$	Foreskrevet Maksimalmoment		7. 34. 1	I 121

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$M_I$	Den Værdi af Bøjningsmomentet, ved hvilken der fremkaldes Revner i Bjælkens Trækside	16.11		II 76
$M_{II}$	$M - M_I$		16. 1.5	II 77
$N$ $N'$	Træk- og Tryknormalkræfter		7. 2.1 7. 1.1	I 55 I 50
$N'$	Kritisk Søjletryk		7.51.1	I 170
$N_a, N'_a, N_b$	Normalkræfter i Armering og Beton			I 80
$N_{ao}$ $N_{a1}$	Trækkraft i Spændarmering ved Forankring henholdsvis før og efter Laaseglidning	14. 2.1		II 44
$N_{a2}$	Værdien af $N_a$ i Punktet $s = s_o$	14. 2.1		II 44
$\Delta N_a$	Armeringskraftens Reduktion ved Laaseglidning		14. 2.1	II 43
$N'_b$	Tryknormalkraft i Beton	7.43.1		I 133
$N'_{bo}$	Resultant af Betontrykspændinger	7.49.2		I 163
$N'^*$	Nominal Brudlast (centralt Tryk)		7. 1.19	I 54
$Q_x, Q_y$	Forskydningskræfter pr. Længdeenhed	11. 1		II 18
R	Rundjern			I 28
S	Betontværsnittets statiske Moment om Bjælkeoverkant		7.34.16	I 126
$S_x^p$	Statisk Moment om x-Akse af den Del af Tværsnittet, der ligger under en vandret Linie gennem det betragtede Punkt		7.41.2	I 128

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
T	Middeltemperatur		2. 8.8	I 22
T	Tentorstaal			I 33
T	Forskydningskraft		7.41.2	I 128
$T_a$ $T_b$	Forskydningskraft-Andel optaget af henholdsvis Armering og Beton			I 153
$T_o$	Den til $M_a = 0$ svarende Værdi af Forskydningskraft		10. 4.1	II 12
V	Vandmængde pr. $m^3$ Beton		2. 7.6	I 16
$Y_p$	Forskydningskraft hidrørende fra Forspændingen		14.42.1	II 54
$\emptyset$	Jerndiameter	8. 3.1		I 186
$\emptyset$	Tværarmeringens Diameter			I 188
a	Konstant		2. 8.10	I 22
a	Momentcentrums Afstand fra Trækarmering	7.32.5		I 84
a	Rektangulært Tværsnits største Sidelinie		10.31.1	II 4
$a_t$	Nødvendigt Armeringstværsnitsareal pr. Længdeenhed		10.32.4	II 9
$a_1$	Armeringsbøjles største Sidelængde, maalt mellem Bøjlearmeringens Tyngdepunktslinier	11.32.1		II 6
b	Bredde af Betontværsnit	7.31.2		I 60
b	Ribbeafstand	7.33.1		I 117
b	Trykflangebredde	7.34.1		I 119

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
b	Rektangulært Tværsnits mindste Sidelinie		10.31.1	II 4
b	Kropbredde		10.42.1	II 54
b <sub>o</sub>	Ribbebredde	7.33.1		I 117
b <sub>1</sub>	Armeringsbøjles mindste Sidelængde, maalt mellem Bøjlearmeringens Tyngdepunktslinier	10.32.1		II 6
b <sub>1</sub> , b <sub>2</sub>	Flangebredde i T-Bjælke	7.49.2		I 164
b <sub>e</sub>	Effektiv Trykflangebredde	7.33.1		I 117
c	Konstanter		2. 5.1	I 11
c <sub>1</sub> , c <sub>2</sub> , c <sub>3</sub>			7.31.4	I 56
c	Betondæklag		15.3	II 69
c <sub>1</sub>	$\sqrt{\frac{1}{\mu \sigma_b}}$		7.31.34	I 62
c <sub>h</sub>	Tykkelse af Betondæklag	8. 7.1		I 194
d	Træk- og Trykarmerings Afstande fra Tværnittets Kanter	7.31.2		I 60
d'		7.32.7		I 87
d <sub>m</sub>	Fiktiv Tykkelse af Betontværsnit		2. 7.4	I 14
e	Normalkrafts Excentricitet i Forhold til Undersidearmring	7.32.9		I 93
e	Normalkrafts Excentricitet i Forhold til Tyngdepunktsaksen	7.49.2		I 163
e <sub>o</sub>	Normalkrafts Excentricitet i Forhold til Tværnittets Midte	7.32.9		I 93

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
e <sub>b</sub>	Resultierende Betontrykspændings Momentarm i Forhold til Undersidearmring			I 80
f	Relativ Fugtighed		2. 7.2	I 14
f	Nedbøjning		11.19	II 23
g	Hvilende, ensformigt fordelt Belastning pr. Arealenhed			I 206
h	Armeringens Nytteøjde	7.31.2		I 60
h'	Afstanden mellem Over- og Undersidearmring	7.32.7		I 87
h <sub>o</sub>	Flangetykkelse i T-Bjælke	7.33.1		I 117
h <sub>o</sub>	Mindste Vægtykkelse for lukket, hult Tværsnit		10.31.3	II 5
h <sub>t</sub>	Totalhøjde af Betontværsnit	7.31.2		I 60
i	Det transformerede Betontværnsnits mindste Inertiradius		7.51.3	I 170
k	Friktionskonstant		14. 2.4	II 44
k <sub>s</sub>	$k + \mu \frac{\sigma}{s}$		14. 2.4	II 44
l	Spændvidde			I 56
l	Index, der angiver Bidrag fra opbøjet Længdearmring			I 157
l	Fri Søjlelængde		7.51.1	I 170
l <sub>d</sub>	Stødlængde	8. 3.2		I 187
Δl	Revneafstand		15.1	II 67
ΔΔl	Flytning af Spændarmringen ved Forankringen (Laaseglidning)		14. 2.1	II 43



Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$l_x, l_y$	Rektangulært Pladefelts Spændvidder		11.6-7	II 19
$m_x, m_y$	Plades Bøjningsmomenter pr. Længdeenhed	11.1		II 18
$m_{xy}, m_{yx}$	Plades Vridningsmomenter pr. Længdeenhed	11.1		II 18
$m_{x_0}, m_{y_0}$ $m_1, m_2,$ $m_3, m_4$	Enhedsmoment-Konstanter		11.6-9	II 19
p	Trykspænding i Forbindelse med krum Armering			I 194
P	Trækraft pr. Længdeenhed i T-Bjælke-Flange		7.49.1	I 163
p	Belastning pr. Arealenhed	11.1		II 18
$P_n$	Den nominelle Brudværdi for Plades Bæreevne			I 23
$P_1$ $P_2$	Maksimal og Minimalværdi af p		7.49.6 7.49.7	I 165 I 165
q	Bevægelig, ensformigt fordelt Belastning pr. Arealenhed		11.22	II 23
r	Krumningsradius	8. 7.1		I 194
r	Afstand fra Punkt 0 til Kurveelement ds	10.32.2		II 8
$r_1, r_2$ $r_3, r_4$	Reaktioner pr. Længdeenhed af Pladerand	11.2		II 20
s	Index, der angiver Bidrag fra Bøjler			I 157
s	Kurvelængde maalt langs Spændarmeringen		14. 2.4	II 44

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
ds	Kurveelement	10.32.2		II 8
$s_0$	Kurvelængden af den Del af Spændarmeringen, som påvirkes af Laaseglidningen		14. 2.1	II 43
t	Betonens Alder i Døgn		2. 7.9	I 17
t	Afstand mellem Forskydningsarmeringsstænger		7.43.6	I 134
t	Afstand mellem Tværarmeringsstænger		8. 3.1	I 188
t	Bøjleafstand		10.33.10	II 12
$t_a$	Forskydningskraft pr. Længdeenhed		10.32.1	II 7
$t_0$	Given Værdi af t		2. 7.11	I 17
$t_0, t_1$	Bøjleafstande	9.2.6.1		I 214
$t_f$	Tiden i Døgn siden Belastningens Paaførelse		2. 8.9	I 22
$t_r$	Betonens Alder (Døgn) paa Belastningstidspunktet		2. 8.7	I 21
$\Delta t$	Antal Døgn med Middeltemperatur T		2. 8.8	I 22
$v'$	Afstanden mellem Bjælkeoverkant og den vandrette Tyngdepunktsakse		7.34.14	I 126
w	Revnevidde		15.1	II 67
x	Nulliniens Afstand fra Bjælkeoverkant	7.31.2		I 60
x	Afstand fra Bjælkeunderstøtning		7.43.2	I 132
y	Højde af Betontrykspændingszonen ved ensformig Spændingsfordeling	7.32.1g		I 67

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
y	Afstand fra vandret Tyngdepunktsakse		7.41.1	I 128
$\gamma_N$	Forspændingskraftens Excentricitet			II 46
$\Delta\gamma_N$	Ændring af $\gamma_N$			II 46
z	Afstand mellem $N_a$ og $N'_b$		7.43.1	I 132
a	Betonens Varmeudvidelseskoefficient			I 25
a	Reduktionsfaktor for Betontrykspænding	7.32.1		I 68
a	Vinkel mellem Forskydningsarmering og Tyngdepunktsakse		7.43.5	I 134
a	Faktor, der karakteriserer Armeringens Overfladeform			II 68
$a_f$	Udtryk for Krybnings og Svinds Afhængighed af		2. 8.1	I 19
$a_r$	Betontværsnittets Dimensioner		2. 7.1	I 14
$\beta$	$\frac{x}{h}$		7.31.2	I 60
$\beta_f$	Udtryk for Krybnings og Svinds Afhængighed af		2. 8.1	I 19
$\beta_r$	Vand-Cement-Forholdet		2. 7.1	I 14
$\gamma$	$\frac{\sigma_a}{\sigma'_b}$		7.31.23	I 61
$\gamma$	Partialkoefficient			I 39
$\gamma_a$	Partialkoefficient for Armering		5.5	I 40
$\gamma_b$	Partialkoefficient for Beton svarende til dynamisk Belastning		5.7	I 41

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$\gamma_{bd}$	Partialkoefficient for Beton svarende til dynamisk Belastning	2. 5.2		I 11
$\gamma_g$	Partialkoefficient for hvilende Belastning		5.2	I 39
$\gamma_q$	Partialkoefficient for bevægelig Belastning		5.2	I 39
$\gamma_i$	Supplerende Partialkoefficienter		5.11	I 44
$\gamma_o$				I 42
$\delta$	Variationskoefficient		5.3	I 40
$\delta$	$\frac{d'}{h}$		16. 1.19	II 78
$\epsilon$	Tøjning			
$\epsilon_a$	Armeringens Tøjning regnet positiv som Forlængelse	3. 1.1		I 27
$\epsilon'_a$	Armeringens Tøjning regnet positiv som Forkortelse			I 80
$\epsilon_{a, \max}$	Maksimal Armeringstøjning			I 77
$\epsilon'_b$	Betonens Tøjning regnet positiv som Forkortelse	2. 6.1		I 12
$\epsilon'_f$	Krybningstøjning regnet positiv som Forkortelse		2. 8.1	I 19
$\epsilon'_r$	Svindtøjning regnet positiv som Forkortelse		2. 7.1	I 14
$\epsilon'_{rr}$	Resterende Svindtøjning regnet positiv som Forkortelse		2. 7.11	I 17
$\epsilon'_{ro}$	Svindtøjning for uarmeret Beton		16.1.36	II 80
$\epsilon'_{bu}$	Tværsnittets maksimale Værdi af $\epsilon'_b$	7.32.1		I 68

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$\Delta \epsilon_a$	Armeringens Tøjnings-tilvækst ud over den Tøjning, der svarer til, at Betonspændingen er lig med Nul		15.1	II 67
$\zeta$	Krybningens Afhængighed af Betonens Alder		2. 8.1	I 19
$\zeta$	Forankringsfaktoren			I 185
$\zeta$	Empirisk Konstant i Deformations-Formel		16. 1.4	II 76
$\eta$	Talfaktor, der afhænger af Betonstyrken		7. 1.19	I 54
$\eta$	Ordinat i $\xi$ - $\eta$ Koordinat-system		7.31.7	I 56
$\eta$	$1 - \frac{1}{3} \beta$		7.31.19	I 61
$\eta$	$\frac{z}{h}$		16. 1.9	II 77
$\theta$	Faktor, der benyttes ved Beregning af Fundamenter		9. 4.1	I 232
$\varkappa$	Den normerede Variable for Gauss' Fordelingslov		5.3	I 40
$\varkappa$	$\eta(1 - \beta)$		16. 1.11	II 77
$\varkappa$	Faktor, som benyttes ved Bestemmelse af $a_t$		10.33.9	II 11
$\varkappa$	Konstant i Formel for dobbeltspændte Plader		11.9	II 19
$\lambda$	Forkortelsessymbol		7.56.11	I 178
$\mu$	$\frac{1}{2} \beta \eta$		7.31.29	I 62
$\mu$	Friktionskoefficient		14. 2.4	I 44
$\nu$	Poisson's Forhold			I 24

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$\omega$	$\frac{A' \sigma_a^*}{B \sigma_b^*}$		7.56.8	I 177
$\omega$	$\frac{A' \sigma_a^*}{B \sigma_b^*}$		7.56.9	I 177
$\omega_o$	Armeringsforholdet		2. 7.1	I 14
$\omega_{to}$	$\frac{A_t}{b_o t \sin \alpha}$		7.43.7	I 134
$\xi$	Abscisse i $\xi$ - $\eta$ Koordinat-system		7.31.7	I 56
$\xi$	Forholdet mellem Momentet fra Langtidslast og Totalmomentet			I 176
$\rho$	Udtryk for Tidsforløb af Svind og Krybning		2. 7.1 2. 7.9 2. 8.1	I 14 I 17 I 19
$\rho$	$\frac{h_o}{h}$		16. 1.31	II 79
$\rho$	Spændarmeringens Krumningsradius			II 45
$\rho$	Konstant vedrørende Pladers Nedbøjning		11.19	II 23
$\sigma^*$	Nominel Brudspænding			I 40
$\sigma_a$	Armeringsspænding (regnet positiv som Træk)	3. 1.1		I 27
$\sigma_a, \max$ $\sigma_a, \min$	Øvre og nedre Værdi for $\sigma_a$		3. 4.1	I 36
$\sigma_a^*$	Nominel Træk- og Trykbrudspænding for Armering		5.5	I 40
$\sigma_a^*$			5.6	I 40
$\sigma_a(10)$	Spænding i Armeringen svarende til $\epsilon_a = 10\%$ evt. andre Talværdier)		7.32.5	I 86

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$\bar{\sigma}_a$	Tilladelig Armerings-spænding			I 62
$\sigma_{ak}$	Karakteristisk Træk- og Trykstyrke for Armering		5. 5	I 40
$\sigma_{ak}^*$			5. 6	I 40
$\sigma_{am}$ $\sigma_{am}^*$	Middelværdi af Træk- og Trykstyrke for Armering	3. 22. 2		I 34
$\sigma_{ao}$	$\frac{N_{ao}}{A}$		14. 2. 11	II 45
$\sigma_{ao}^*$	Udsvingstyrken for Armering		3. 4. 1	I 36
$\sigma_b^*$	Betontrykspænding			I 9
$\sigma_b^{*,max}$ $\sigma_b^{*,min}$	Maksimal og minimal Betontrykspænding ved Udmattelsespaavirkning	2. 5. 1	2. 5. 1	I 10
$\sigma_{b2}^*$	Betontrykspænding svarende til $p_2$		7. 49. 8	I 165
$\sigma_b^*$ , $\sigma_b^{*,*}$	Nominal Træk- og Trykbrudspænding for Beton		5. 7	I 41
$\bar{\sigma}_b$	Tilladelig Betontrykspænding			I 62
$\Delta\sigma_b^*$	Spring i Betonspændingen			I 22
$\sigma_{bk}$ $\sigma_{bk}^*$	Karakteristisk Træk- og Trykstyrke for Beton		5. 8	I 41
			5. 7	
$\sigma_{bm}$	Middelværdi af Betonens Trækbrudspænding			II 10
$\sigma_{br}$	Betontrækstyrke (Bøjningstrækstyrke)			I 7
$\sigma_{br}^*$	Betontrykstyrke (Cylinderstyrke)		2. 2. 1	I 6

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$\sigma_{br, 28}^*$	Cylinderstyrken efter 28 Døgn		2. 2. 1	I 6
$\sigma_{b1}$	$\sigma_1$ Hovedspænding i Beton		7. 41. 8	I 130
$\sigma_{b2}$	$-\sigma_2$ Hovedspænding i Beton		7. 41. 9	I 130
$\sigma_{jm}^*$	Middelcylinderstyrke efter j Døgn		2. 6. 1	I 13
$\sigma_m$	Middelværdi af Styrke			I 40
$\sigma_R$	Karakteristisk Styrke		5. 3	I 40
$\sigma_t^*$	Nominal Spænding i Forskydningsarmering		7. 43. 6	I 134
$\sigma_x$ , $\sigma_y$	Normalspændinger i to paa hinanden vinkelrette Snit			I 130
$\sigma_o^*$	Betonens Middeltrykspænding i Normalsnittet fremkaldt af Forspændingen		14. 42. 3	II 55
$\sigma_{o, 2}$	Armeringsspænding svarende til o, 2% blivende Forlængelse			I 26
$\sigma_1$ , $\sigma_2$	Hovedspændinger		7. 41. 3	I 130
$\tau$	Forskydningsspænding		7. 41. 3	I 130
$\tau_b$	Forskydningsspænding i Beton		7. 41. 2	I 128
$\tau_{xy}$ , $\tau_{yx}$	Forskydningsspændinger			II 19
$\tau_o$	Forskydningsspænding optaget af Betonen		7. 47. 2	I 156
$\tau_1$ , $\tau_2$ , $\tau_3$	Forskydningsspænding i faste Punkter	9. 2. 6. 1		I 214
$\varphi$	Vinklen mellem Hovedsnittene og Snittene med Spændingerne $\sigma_x$ og $\sigma_y$		7. 41. 4	I 130

Symbol	Betydning	Fig.	Ligning Nr.	Side
$\varphi$	$\frac{A}{bh}$		7. 31. 21	I 61
$\varphi'$	$\frac{A'}{bh}$		16. 1. 18	II 78
$\varphi$	Summen af de (nume- riske Vinkler, som Spændarmeringen er krummet mellem Op- spændingspunktet og det betragtede Punkt		14. 2. 4	II 44
$\varphi_0$	Udtryk for Krybnings Af- hængighed af den relative Fugtighed		2. 1. 8	I 19
$\psi$	Udtryk for Svindets Af- hængighed af den relative Fugtighed		2. 7. 1	I 14

10. VRIDNING10.1 VRIDNINGSMOMENTERNES BETYDNING

Vridning af Jernbetonkonstruktioner er et Fænomen, som man indtil for faa Aar siden var tilbøjelig til at undgaa. Dette skyldtes dels, at de tidligere anvendte Principper for Beregning af Vridnings-  
paavirkninger førte til saa store Dimensioner, at man betragtede Jernbetonkonstruktioner som uegnede til Optagelse af Vridning, dels et mangelfuldt Kendskab til Jernbetonkonstruktioners Evne til Optagelse af de ofte forekommende Kombinationer af Vridningsmoment, Bøjningsmoment og Forskydningskraft. Disse Forhold førte til, at man oftest saa bort fra, dels Jernbetonkonstruktioners Evne til at optage Vridning, dels de mere eller mindre uvæsentlige Vridningsmomenter, der ofte optræder. Dette kan i mange Tilfælde anses for forsvarligt i Betragtning af de Muligheder for Kraftomlejring, som de plastiske Deformationer indebærer. Da Tendensen gaar i Retning af større Materialeudnyttelse - d. v. s. mindre Sikkerhedsgrader - er der dog Grund til at skænke Vridningsproblemerne øget Interesse. Dette har medført en intensiv Forskning inden for dette Felt i de seneste Aar. Resultaterne heraf er især af stor Betydning i de Tilfælde, hvor Evnen til Optagelse af Vridning er afgørende for Konstruktionens Bæreevne, d. v. s. naar Konstruktionens Ligevægt er betinget af, at visse Konstruktionselementer kan optage Vridning, hvilket f. Eks. er Tilfældet for krumme Bjælker belastet vinkelret paa Bjælkens Plan og for Vindeltrapper.

10.2 CIRKULÆRE TVÆRSNIT

De cirkulære Tværsnit har ringe praktisk Betydning; men paa Grund af den simple Spændingsfordeling giver de et anskueligt Billede af nogle af de Forhold, som er karakteristiske for Vridning af Jernbetonkonstruktioner.

Paavirkes en massiv Cylinder med cirkulært Tværsnit kun af et Vridningsmoment, vil Forskydningsspændingerne i et Normalsnit

være proportionale med Afstanden fra Symmetriaksen, saalænge Materialet opfører sig lineær-elastisk. For et stift-idealplastisk Materiale vil Forskydningsspændingerne i et Normalsnit - efter at Flydningen er indtraadt - overalt have samme Værdi. Da Betons Spændings-Tøjnings-Relation ligger mellem disse to Grænsetilfælde, gælder det samme Spændingsfordelingen. De største Forskydningsspændinger optræder derfor ved Cylinderens Overflade, og Hovedsnittene i et Punkt her danner en Vinkel paa 45° med Frembringerne, og deres Skæringslinie falder sammen med Radien til det betragtede Punkt. Hovedspændingerne er to lige store Træk- og Trykspændinger af samme Størrelse som Forskydningsspændingen og Spændingen Nul i det tredje Hovedsnit (Tangentplanet til Overfladen). For en saadan Spændingstilstand vil Trækrevner opstaa for en Værdi af Hovedtrækspændingen, som er lidt lavere end den ved énaksede Trækforsøg bestemte Trækstyrke.

Naar en Revne opstaa, medfører dette et skørt Brud, hvis ikke Betonen paa de to Sider af Revnen er holdt sammen af tilstrækkelig Armering til at hindre Revnen i at aabne sig.

Den Armering, som er bedst egnet til Optagelse af Vridningen, bestaar derfor af Armeringsstænger i Form af Skruelinier nær Overfladen under 45° med Frembringerne.

Hvis Vridningsmomentet kan skifte Fortegn, kræves tilsvarende Skruelinie-Armering i begge Retninger (Højre- og Venstre-Skrue).

Ved Anvendelse af Skruelinie-Armering staar Armeringen vinkelret paa Revnerne, og der opstaa Trækkrafter i Armeringen, som hindrer Revnerne i at aabne sig. Man kan ogsaa optage de tilsvarende Krafter i Armeringsstænger i Frembringerretningen kombineret med Bøjler i Normalsnittene, idet Trækkrafterne ved Revnerne i saa Fald opløses efter de to Armeringsretninger.

### 10.3 ANDRE TVÆRSNITSFORMER

#### 10.31 UARMERET BETON

Naar et prismatisk Legeme af lineær-elastisk Materiale paavirkes til Vridning, opstaa der Forskydningsspændinger i Normalsnittene.

Fordelingen af disse Spændinger anskueliggøres bedst ved den saakaldte Sæbehinde-Analogi (se [67-33]).

Hvis man i en plan Plade skærer et Hul af samme Form som Normalsnittets Kontur og danner en Sæbehinde, som fastholdes langs Hullets Kant, samt udsætter denne for et Overtryk fra én af Siderne, vil den deformeres til en dobbeltkrum Membran. Under Forudsætning af, at Membranens Hældninger i Forhold til Tværsnittet er smaa, gælder da følgende Relationer:

Hvis man i et vilkaarligt Punkt af Tværsnittet oprejser en Normal til Skæring med Membranen, vil dennes maksimale Tangenthældning (i Forhold til Normalsnittet) i Skæringspunktet være proportionalt med de af Vridningen fremkaldte Forskydningsspændinger. Forskydningsspændingens Retning vil være parallel med Tangenten til Membranens Niveaukurve gennem Skæringspunktet. Antages Bæreevnen at afhænge af den maksimale Forskydningsspænding - svarende til en given maksimal Tangenthældning for Membranen - vil det Vridningsmoment, som Tværsnittet kan optage, være proportionalt med det Volumen, der afgrænses af Normalsnittet og Membranen.

For stift-idealplastiske Materialer kan Forholdene anskueliggøres ved en lignende Analogi. Hvis man fremstiller en plan Plade af Form som Normalsnittet, anbringer denne horisontalt og placerer saa meget som muligt af et kornet Friktions-Materiale, for Eksempel tørt Sand, paa den, vil den Flade, som svarer til Materialets Overside, have samme Relation til Forskydningsspændinger og Vridningsbæreevne, som Membranen i det elastiske Tilfælde.

Hvis i begge Tilfælde den maksimale Forskydningsspænding er afgørende for Bæreevnen, svarer dette til, at Membranen kan blæses op til den Form, i hvilken den tangerer den Flade, der dannes af Oversiden af Sandet. Bæreevnen vil i saa Fald være større for plastiske end for elastiske Materialer. For Beton vil Bæreevnen ligge

mellem disse Grænser.

For et rektangulært Tværsnit optræder de maksimale Forskydningspændinger fremkaldt af Vridning i Midtpunktet af de lange Sider, hvis Materialet er elastisk.

Regnes med en Spændingsfordeling svarende til et plastisk Materiale, hvilket giver en brugelig Tilnærmelse, bliver Forskydningspændingerne

$$\tau_b = \frac{6 M_{tb}}{b^2(3a - b)} \quad (10.31.1)$$

idet følgende Betegnelser er anvendt:

$M_{tb}$ : Vridningsmoment (Torsionsmoment)

a: Tværsnittets største Sidelinie

b: Tværsnittets mindste Sidelinie

For T-Bjælker kan Tværsnittet opfattes som sammensat af Rektangler. Dette gælder ogsaa, hvis der kun er Trykflange paa den ene Side af Kroppen (L-Tværsnit). Det samme gælder, hvis Bjælkekroppen har Flanger baade foroven og forneden (I-Tværsnit) og andre lignende, massive Profiler. I disse Tilfælde kan den maksimale Forskydningspænding tilnærmelsesvis regnes at være

$$\tau_b = \frac{6 M_{tb}}{\sum b^2 (3a - b)} \quad (10.31.2)$$

hvor Summationen udstrækkes over de Rektangler, Tværsnittet er sammensat af. For den Bredde af Flangerne, som regnes effektivt til hver Side maalt fra Kanten af Kroppen, bør i denne Forbindelse højst regnes med den mindste af følgende to Størrelser:

- 1: Tre Gange Flangens Middelttykkelse inden for den medregnede Bredde
- 2: En Tolvtedel af Spændvidden.

For et hult, lukket Tværsnit (for Eksempel et Kasse-Profil) kan den maksimale Forskydningspænding beregnes af Bredt's Ligning

(sammenlign Afsnit 10.32)

$$\tau_b = \frac{M_{tb}}{2F h_0} \quad (10.31.3)$$

hvor F betegner det Areal af Normalsnittet, som begrænses af den Kurve, som forløber langs Midtlinien af Profilets Vægge, og  $h_0$  betegner den mindste Vægtykkelse.

Vedrørende celleformede Tværsnit med flere Hulrum henvises til [67-33].

For et prismatisk Legeme med rektangulært Tværsnit paavirket til Vridning vil Spændingstrajektorierne paa alle Sideflader forløbe fra Kant til Kant under  $45^\circ$  med Kanterne. Man kunde forestille sig, at Revnerne fulgte Tryktrajektorierne i en Sideflade fra Kant til Kant, fortsatte tilsvarende i den tilgrænsende Sideflade etc. Dette vilde svare til, at Revnerne ved Overfladen fulgte Kurver, som har nogen Lighed med Skruelinier.

Forsøg [68-11], p. 203, har vist, at et Vridningsbrud i uarmerede Betonbjælker med rektangulært Tværsnit indledes som ovenfor beskrevet, idet den første Revnedannelse opstaar ved Midten af en af Tværsnittets lange Sider, hvor de største Hovedtrækspændinger optræder. Naar denne Revne har udbredt sig over hele denne Sideflade - under ca.  $45^\circ$  med Kanterne - og over Hovedparten af de tilgrænsende smalle Sideflader, afsluttes Bruddet dog med en Knusning af Betonen ved den anden brede Sideflade langs en Linie, der er omtrent parallel med den første Revne.

Bruddet har saaledes Karakter af et Bøjningsbrud om en Akse parallel med den første Revne.

Et Vridningsbrud i et uarmeret Betonlegeme er et udpræget skørt Brud. Det forløber saa hurtigt, at man ikke ved en visuel Betragtning kan følge, hvordan Bruddet udvikler sig. Ud fra Formen af Brudstykkerne efter Forsøget naaede man frem til en Hypotese svarende til ovenstaaende Beskrivelse, og denne bekræftedes siden ved Hjælp af High-speed Filmsoptagelser med 1200 Billeder pr. Sekund.

## 10.32 VRIDNING OPTAGET AF ARMERINGEN

En Vridnings-Armering for et Betonlegeme med vilkaarlig Tværnsnitsform kan principielt udformes i Lighed med den for cirkulære Tværnsnit beskrevne Skruelinie-Armering; men for ikke-cirkulære Tværnsnit er en saadan Armering upraktisk. I Stedet anvendes en Kombination af Længdearmring og Bøjler i Normalsnittene som omtalt i Afsnit 10.2.

For en Bjælke med rektangulært Tværnsnit kan Armeringens Bidrag til Optagelse af Vridning anskueliggøres ved den i Fig. 10.32.1 viste Model.

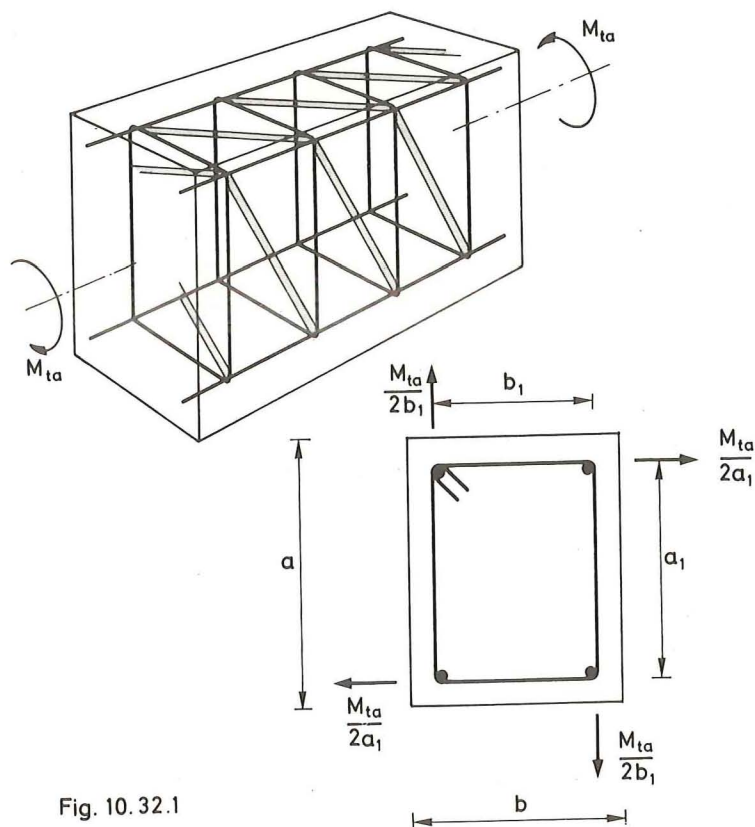


Fig. 10.32.1

Af Vridningsmomentet  $M_{ta}$  kan Halvdelen optages som et Kraftpar med Armen  $b_1$  og Kræfterne  $\frac{M_{ta}}{2b_1}$  virkende i de to Gitterkonstruktioner, der dannes af Aksialarmering, Bøjler og trykkede Betondiagonaler inden for to af Legemets modstaaende Sideflader (se Fig. 10.32.1). Den anden Halvdelen optages tilsvarende ved de to andre Sideflader.

Længderne  $a_1$  og  $b_1$  angiver Bøjlers Sidelængder maalt mellem Bøjlearmeringens Tyngdepunktslinier.

Denne Betragtning er helt paa Linie med den i BKI, Afsnit 7.43 omtalte Gitter-Analogi for Forskydningspaavirkning.

Ved sammensatte Paavirkninger kan det derfor forventes, at Vridning og Forskydning bør behandles under ét (se Afsnit 10.4.4).

Den ovenfor beskrevne Virkning af Armeringen svarer til, at Vridningen optages af et Rør med rektangulært Tværnsnit med Sidelængder  $a_1$  og  $b_1$ . Pr. Længdeenhed af disse Sidelængder skal optages en Forskydningskraft af Størrelsen

$$t_a = \frac{M_{ta}}{2a_1 b_1} \quad (10.32.1)$$

Betragtes et tilsvarende Rør med vilkaarlig Tværnsnitsform (se Fig. 10.32.2), ses Resultanten af Kræfterne  $t_a$  at være lig med Nul, og deres Moment om et vilkaarligt Punkt 0 er:

$$M_{ta} = \int r t_a ds = 2t_a \int \frac{1}{2} r ds = 2t_a \int dF = 2F t_a \quad (10.32.2)$$

Betegnelserne  $ds$  og  $r$  fremgaar af Fig. 10.32.2,  $dF$  betegner det infinitesimale Areal, som i Figuren er markeret med Raster, og  $F$  betegner Tværnsnitsarealet af Røret.

Af Ligning (10.32.2):

$$t_a = \frac{M_{ta}}{2F} \quad (10.32.3)$$

Dette Udtryk udledes af Bredt i 1896.



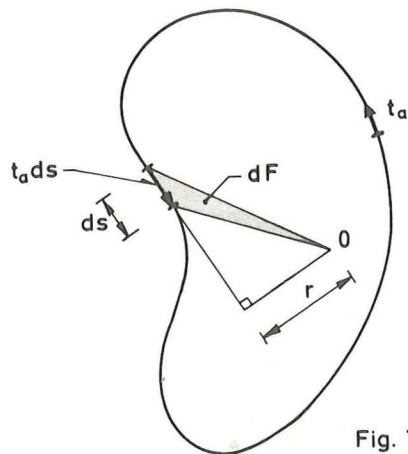


Fig. 10.32.2

Ligning (10.32.1) ses at være et specielt Tilfælde af Ligning (10.32.3).

I Snit langs Rørets Frembringere optræder lige saa store Forskydningskræfter pr. Længdeenhed. De til Hovedspændingerne svarende Snitkræfter pr. Længdeenhed er derfor ogsaa numerisk lig med  $t_a$  - henholdsvis Træk og Tryk. Hovedsnittene danner en Vinkel paa  $45^\circ$  med Frembringerretningen.

Hovedtrækspændingen kan antages at fremkalde Revner under  $45^\circ$  med Frembringerretningen.

Hovedtrykspændingen tænkes optaget af Betonlamellerne mellem disse Revner.

Hovedtrækspændingen tænkes optaget af Aksialarmering og Bøjler. Pr. Længdeenhed af Snit parallelle med og vinkelrette paa Frembringerne skal Armeringen derfor kunne optage en Kraft af Størrelsen

$$t_a \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = t_a.$$

Er Armeringens nominelle Trækbrudspænding  $\sigma_a^*$ , kræves saaledes pr. Længdeenhed af Snit parallelle med og vinkelrette paa Frembringerne et Tværnsnitsareal af Armeringen af Størrelsen

$$a_t = \frac{t_a}{\sigma_a^*} = \frac{M_{ta}}{2F \sigma_a^*} \quad (10.32.4)$$

Denne Armering svarer til Armeringen langs hver af Tværnsnits Sider. Ligning (10.32.4) angiver den teoretisk nødvendige Armering. Ad empirisk Vej har man fundet det nødvendigt at indføre en Korrektionsfaktor. Dette bliver omtalt i Afsnit 10.33.

### 10.33 SAMVIRKEN AF BETON OG ARMERING

Den i Afsnit 10.32 udledte Sammenhæng mellem Vridningsmoment og fornøden Vridningsarmering efter Revnedannelsen svarer til, at Betonen efter Revnedannelsen kun bidrager til Optagelse af Vridningen ved det skraa Tryk i Betonlamellerne. Det urevnedede Betontværnsnits Evne til Optagelse af Vridning burde saaledes i Henhold til ovenstaaende Betragtninger falde bort efter Revnedannelsen. Forsøg viser dog, at dette ikke er Tilfældet. Tværtimod svarer et armeret Betontværnsnits Bæreevne over for Vridning omtrent til Summen af det tilsvarende uarmerede Tværnsnits Vridningsbæreevne og det Vridningsmoment, som Armeringen kan optage. I denne Henseende er der en vis Analogi med de tilsvarende Forhold i Forbindelse med Forskydning (se BK I, Afsnit 7.47). Dette kan hænge sammen med den i Afsnit 10.32 omtalte Analogi mellem Armeringens Funktion til Optagelse af Vridning og Forskydning.

Spændingsfordelingen er iøvrigt saa kompliceret, at man endnu ikke har fundet en Model eller en Teori, som kan forklare Sammenhængen. Man maa derfor indskrænke sig til at basere Beregningen paa empiriske Resultater og antage:

$$M_t = M_{tb} + M_{ta} \quad (10.33.1)$$

idet følgende Betegnelser er anvendt:

- $M_t$ : Vridningsbæreevne for armeret Tværsnit.  
 $M_{tb}$ : Vridningsmoment optaget af Betontværsnittet.  
 $M_{ta}$ : Vridningsbæreevne af Armeringsnettet med Udnytelse af Betonlamellerne som Trykdiagonaler.

Til Trods for Betons begrænsede Plasticitet kan man i Reglen med tilstrækkelig Nøjagtighed beregne det uarmerede Tværsnits Vridningsbæreevne under Forudsætning af en Spændingsfordeling svarende til et stift-idealplastisk Materiale. For Brudværdien af  $\tau_b$  kan i saa Fald passende indføres en Værdi, som er ca. 20% højere end Betonens nominelle Trækbrudspænding, d. v. s.

$$\tau_b = 1,2 \sigma_b^* \quad (10.33.2)$$

Kendes  $\sigma_b^*$  ikke regnes som ved Forskydning - BK I, Ligning (9.2.6.5):

$$\sigma_b^* \leq \begin{cases} 0,1 \sigma_b^* \\ 12 \text{ kp/cm}^2 \end{cases} \quad (10.33.3)$$

Den i Ligning (10.32.2) angivne Værdi for  $\tau_b$  kan forekomme overraskende høj. Den er baseret paa Forsøgsresultater. Den høje Værdi hænger muligvis sammen med, at Bruddet, som nævnt i Afsnit 10.31, har Karakter af et Bøjningsbrud om en Linie under 45° med Tyngdepunktsaksen.

For Tværsnit, der tilnærmelsesvis kan opfattes som sammensat af Rektangler, bliver Betonens Bidrag til Vridningsbæreevnen eksempelvis i Henhold til Ligning (10.31,2):

$$M_{tb} = \frac{1}{6} \tau_b \Sigma b^2 (3a - b) \quad (10.33.4)$$

Da Værdien af  $M_{tb}$  i Ligning (10.33.4) og (10.33.2) svarer til Betonens nominelle Trækbrudspænding  $\sigma_b^*$ , som er væsentligt mindre end den tilsvarende Middelværdi  $\sigma_{bm}$ , vil Middelværdien af de Vridningsmomenter, som netop medfører Revnedannelse, være tilsvarende

større end  $M_{tb}$ . Denne Middelværdi kan i Henhold til Forsøg antages at svare til ca.  $2M_{tb}$ .

Vil man undgaa, at Tværsnittet er underarmeret over for Vridning, bør man derfor tilstræbe, at  $M_t$  i Henhold til Ligning (10.33.4) er større end  $2M_{tb}$ , hvilket svarer til:

$$M_{ta} \geq M_{tb} \quad (10.33.5)$$

For at sikre mod, at Vridningen fremkalder Betontrykbrud i Tilfælde af kraftig Armering, kan man ligesom ved Forskydning foreskrive en Grænse for den nominelle Forskydningsspænding  $\tau_b$  fremkaldt af Vridningen i Henhold til Afsnit 10.31, og for Eksempel for lange

$$\tau_b \leq 0,4 \sigma_b^* \quad (10.33.6)$$

For et rektangulært Tværsnit faas specielt i Henhold til Ligning (10.32.4) og (10.32.1):

$$a_t = \frac{M_{ta}}{2 a_1 b_1 \sigma_a^*} \quad (10.33.7)$$

Ifølge Laboratorieforsøg (se [68-11], p. 261 - 306 og 472) bør Armeringen dog øges til

$$a_t = \frac{M_{ta}}{n a_1 b_1 \sigma_a^*} \quad (10.33.8)$$

hvor

$$n \geq \begin{cases} 0,66 + 0,32 \frac{a_1}{b_1} \\ 1,5 \end{cases} \quad (10.33.9)$$

For at sikre mod, at Vridningsrevner kan dannes, uden at disse kryd-

ser Bøjler, der kan modvirke en Øgning af Revnevidden, bør Bøjle-afstanden  $t$  opfylde følgende Betingelser:

$$t \leq \begin{cases} \frac{1}{2} a_1 \\ b_1 \end{cases} \quad (10.33.10)$$

Bøjlerne skal udføres lukkede som vist i BK I, Fig. 7.43.8, og Enderne skal bukkes ind i Betonen (bort fra Overfladen) over en Længde svarende til 10 Gange Bøjlearmeringens Diameter.

Den Længdearmring, som skal optage Vridning, bør fordeles nogenlunde jævnt langs Tværsnittets Omkreds, og der skal under alle Omstændigheder placeres en Armeringsstang ved hvert Bøjlehjørne.

#### 10.4 KOMBINERET VRIDNING, BØJNING OG FORSKYDNING

Vridning forekommer oftest i Tværsnit, som samtidig er paavirket af Bøjningsmomenter og Forskydningskræfter, hvorved Problemet yderligere kompliceres.

Som nævnt i Afsnit 10.33 har man end ikke for Tilfældet ren Vridning af armeret Beton kunnet opstille en Teori eller Model, som i tilstrækkelig Grad belyser de komplicerede Spændingsforhold, som optræder, efter at Betonen er revnet, og det samme gælder i endnu højere Grad for de kombinerede Paavirkninger.

Som nævnt i Afsnit 10.32 er der stærk Analogi mellem de primitive Modeller, man kan opstille til Anskueliggørelse af revnede Jernbetonelementers Kraftoptagelse, naar de paavirkes til henholdsvis Vridning og Forskydning. Dette er bekræftet ad empirisk Vej (se for Eksempel [68-11], p. 441), idet man er naaet frem til følgende Udtryk for de Værdier af Vridningsmoment  $M_t$  og Forskydningskraft  $T$ , som et Jernbetontværsnit kan optage:

$$\left( \frac{M_t}{M_{t_0}} \right)^2 + \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 = 1 \quad (10.4.1)$$

Her betegner

$M_{t_0}$  den til  $T = 0$  svarende Værdi af  $M_t$  og

$T_0$  den til  $M_t = 0$  svarende Værdi af  $T$ ,

d. v. s. de Værdier af  $M_t$  og  $T$ , som Tværsnittet kan optage, hvis det ikke samtidig er paavirket af nogen Forskydningskraft, respektive ikke af noget Vridningsmoment.

Ud over den Bøjlearmering, som Forskydningskraften kræver, maa der derfor indlægges en supplerende Bøjlearmering og en Aksialarmering til Optagelse af Vridningen. Den Aksialarmering, som Vridningen kræver, udgør et Tillæg til den Aksialarmering, som er nødvendig for at optage Bøjningsmomentet.

Hvis Konstruktionen skal kunne optage væsentlige Vridningsmomenter, bør anvendes Bøjler i Bjælkens Normalsnit - ikke Skraabøjler.

Forsøgsresultater (se [68-11], p. 159) tyder paa, at det er uden væsentlig Betydning, i hvilken Rækkefølge Vridningen og Forskydningen paaføres.

For et mere indgaaende Studium af Vridningsproblemerne henvises til følgende Referencer i Litteraturfortegnelsen:

[60- 5] [64-10] [65-12] [65-28] [67-27] [67-33] [67-38] [68- 8]  
[68-10] [68-11] [68-12] [68-24] [68-36] [68-37] [68-38] [68-45]  
[68-46] [68-47] [68-57] [69- 3] [69- 4] [69- 5] [69-13] [69-14],  
p. 709, [69-35] [69-36].

#### Taleksempel Nr. 10.4.1

En Kantbjælke i et Ribbedæk er i et Snit paavirket af et negativt Bøjningsmoment

$$M_t = 8 \text{ Mpm}$$

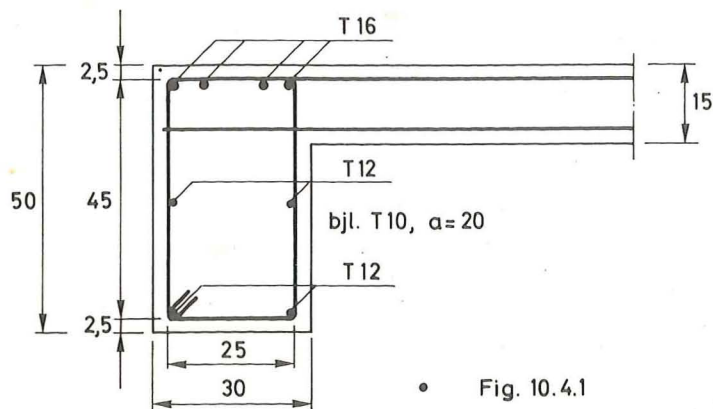
af en lodret Forskydningskraft

$$T = 10 \text{ Mpm}$$

og af et Vridningsmoment

$$M_t = 2 \text{ Mpm}$$

Betontværsnittets Dimensioner og Armering er vist i Fig. 10.4.1. Bjælkens Spændvidde er 6 m.



• Fig. 10.4.1

De nominelle Brudspændinger er

$$\sigma_b^* = 50 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_a^* = 3740 \text{ kp/cm}^2$$

Det ønskes undersøgt, om Tværsnittets Bæreevne er tilstrækkelig.

Ligning (10.33.3):

$$\sigma_b^* = 5 \text{ kp/cm}^2$$

Ligning (10.33.2):

$$\tau_b = 1,2 \cdot 5 = 6 \text{ kp/cm}^2$$

Af Flangen kan medregnes en Bredde af Størrelsen  $3 \cdot 15 = 45 \text{ cm}$ , da dette er mindre end  $\frac{1}{12}$  af Spændvidden.

$$\sum b^2 (3a - b) = 30^2 (3 \cdot 50 - 30) + 15^2 (3 \cdot 45 - 15) = 1,35 \cdot 10^5 \text{ cm}^3$$

Ligning (10.33.4):

$$M_{tb} = \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 1,35 \cdot 10^5 = 1,35 \cdot 10^5 \text{ kpcm} = 1,35 \text{ Mpm}$$

Bøjlernes Sidelinier er

$$a_1 = 45 \text{ cm}$$

$$b_1 = 25 \text{ cm}$$

Bøjleafstanden  $t$  tilfredsstiller saaledes Betingelserne (10.33.10).

Ligning (10.33.9):

$$\kappa = 0,66 + 0,32 \frac{45}{25} = 1,24 < 1,5$$

Bøjler af T 10 ( $0,79 \text{ cm}^2$ ) pr. 20 cm svarer til et Armerings-tværsnit pr. Længdeenhed af Snit langs Frembringerne af Størrelsen

$$a_t = \frac{0,79}{20} = 0,0395 \text{ cm}$$

Bøjleens Omkreds er  $2(45 + 25) = 140 \text{ cm}$ . Skal Armeringstværsnittet pr. Længdeenhed af Snit vinkelret paa Frembringerne ogsaa være lig med  $a_t$ , kræves en Vridnings-Aksialarmering med Tværsnitsarealet

$$A = 140 \cdot 0,0395 = 5,53 \text{ cm}^2$$

Hvis dette skal fordeles ligeligt paa seks Stænger, skal hver af af disse mindst have et Tværsnitsareal af Størrelsen

$$A_1 = \frac{1}{6} \cdot 5,53 = 0,92 \text{ cm}^2$$

hvilket er mindre end Tværsnitsarealet af 1 Stk. T 12.

Bøjlerne opfylder Kravet til minimal Bøjlearmering, idet man i Henhold til BKI, Ligning (9.2.6.1) og (7.47.9) har:

$$\frac{A_t \sigma_t^*}{b_0 t \sin \alpha} = \frac{1,57 \cdot 3740}{30 \cdot 20 \cdot 1} = 9,8 \text{ kp/cm}^2 > 3 \text{ kp/cm}^2$$

Da det er upraktisk at forsyne Pladen med en Armering, som kan regnes effektiv til Optagelse af Vridning, hvilket vilde kræve lukkede Bøjler i Pladen, regnes - som Armeringens Bidrag til Vridningsoptagelsen - kun, hvad der svarer til Bjælkekroppens Armering.

For Bøjningsmomentet er

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 50 - 2,5 - 0,5 - 0,8 \approx 46 \text{ cm}$$

Der ses bort fra Trykarmering.

Ligning (7.32.36):

$$\mu = \frac{8 \cdot 10^5}{30 \cdot 46^2 \cdot 50} = 0,252$$

BKI, Ligning (7.32.47,3):

$$\frac{y}{h} = \varpi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,252} = 0,296$$

$$y = 0,296 \cdot 46 = 13,6 \approx 14 \text{ cm}$$

$$z = 46 - \frac{1}{2} \cdot 14 = 39 \text{ cm}$$

Bøjningsmomentet kræver et Aksialarmeringsareal af Størrelsen:

$$A = \varpi b h \frac{\sigma_b^*}{\sigma_a^*} = 0,296 \cdot 30 \cdot 46 \cdot \frac{50}{3740} = 5,46 \text{ cm}^2$$

Nødvendig Vridnings-Aksialarmering

$$\begin{array}{l} \text{i Overside:} \\ \text{Ialt} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \cdot 0,92 = \\ 7,30 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1,84 \text{ cm}^2 \\ 7,30 \text{ cm}^2 \end{array}$$

Aksialarmering i Overside: 4 T 16 svarende til

$$A = 8,04 \text{ cm}^2 > 7,30 \text{ cm}^2$$

Ligning (10.33.8):

$$\begin{aligned} M_{ta} &= 0,0395 \cdot 1,24 \cdot 45 \cdot 25 \cdot 3740 = \\ &2,06 \cdot 10^5 \text{ kpcm} = 2,06 \text{ Mpm} > M_{tb} \end{aligned}$$

I Henhold til Ligning (10.33.1) er Vridningskapaciteten:

$$M_{to} = 1,35 + 2,06 = 3,41 \text{ Mpm}$$

Vridningskapacitetens øvre Grænse er i Henhold til Ligning (10.31.2) og (10.33.6):

$$\begin{aligned} \text{Maks } M_t &= \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 0,4 \cdot 50 \cdot 1,35 \cdot 10^5 = \\ &4,5 \cdot 10^5 \text{ kpcm} = 4,5 \text{ Mpm} > M_{to} \end{aligned}$$

BKI, Ligning (7.47.4) og (7.47.6):

$$\frac{1,57 \cdot 3740}{30 \cdot 20} = 9,8 \text{ kp/cm}^2 \geq \tau_b - \tau_o$$

$$\tau_b = 9,8 + \frac{1}{2} \cdot 5 = 12,3 \text{ kp/cm}^2 < 0,4 \sigma_b^*$$

Forskydningskapacitet i Henhold til BKI, Ligning (7.43.3):

$$\tau_o = \tau_b z b_o = 12,3 \cdot 39 \cdot 30 = 14,400 \text{ kp} = 14,4 \text{ Mp}$$

$$\left(\frac{M_t}{M_{to}}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_o}\right)^2 = \left(\frac{2}{3,41}\right)^2 + \left(\frac{10}{14,4}\right)^2 = 0,82 < 1$$

I Henhold til Ligning (10.4.1) er Bæreevnen derfor tilstrækkelig.

## 11. DOBBELTSPÆNDTE PLADER

I Fig. 11.1 er vist et infinitesimalt Element af en Plade. I Pladens Midterplan er indlagt et ortogonalt  $(x, y)$  Koordinatsystem. Elementet er begrænset af fire Normalsnit i Pladen parallelle med henholdsvis  $x$ - og  $y$ -Aksen. Afstanden mellem de parallelle Snit er anvendt som Længdeenhed.

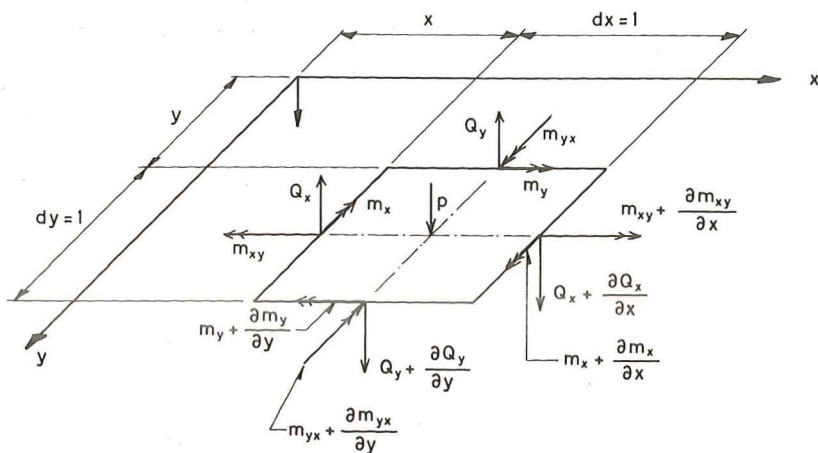


Fig.11.1

Forskydningskræfter vinkelret paa Pladens Plan pr. Længdeenhed af Normalsnit vinkelret paa  $x$ - og  $y$ -Aksen betegnes  $Q_x$  og  $Q_y$ . De tilsvarende Bøjningsmomenter betegnes  $m_x$  og  $m_y$  og Vridningsmomenterne  $m_{xy}$  og  $m_{yx}$ . Pladen antages paavirket af en Belastning  $p$  pr. Arealenhet vinkelret paa Pladens Plan. Samtlige Snitkræfter og Belastningen regnes positive svarende til de i Fig. 11.1 angivne Retninger.

Ligevægt vinkelret paa Pladens Plan kræver:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + p = 0 \quad (11.1)$$

Momentligevægt om Linier gennem Elementets Midtpunkt parallelle med  $x$ - og  $y$ -Aksen kræver:

$$-\frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} + Q_y = 0 \quad (11.2)$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} - \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (11.3)$$

Vridningsmomenterne  $m_{xy}$  og  $m_{yx}$  svarer til Komposanterne af Forskydningspændingerne  $\tau_{xy}$  og  $\tau_{yx}$  parallelle med Pladens Plan, og da  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ , faas:

$$m_{xy} = m_{yx} \quad (11.4)$$

Ligning (11.1) - (11.4):

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + p = 0 \quad (11.5)$$

I Fig. 11.2 er vist et rektangulært Pladefelt med Spændvidder  $l_x$  og  $l_y$ . Gennem Pladefeltets Midtpunkt er indlagt et ortogonalt  $(x, y)$  Koordinatsystem med Akser parallelle med Pladefeltets Kanter.

Pladefeltet er paavirket af en ensformigt fordelt Belastning  $p$  pr. Arealenhet. Ligevægtsbetingelsen (11.5) vil være tilfredsstillet, hvis  $m_x$ ,  $m_y$  og  $m_{xy}$  opfylder følgende Betingelser:

$$m_x = m_{x0} \left(1 - \frac{4x^2}{l_x^2}\right) - \frac{m_1 + m_3}{2} - \frac{m_1 - m_3}{l_x} x \quad (11.6)$$

$$m_y = m_{y0} \left(1 - \frac{4y^2}{l_y^2}\right) - \frac{m_2 + m_4}{2} - \frac{m_2 - m_4}{l_y} y \quad (11.7)$$

$$m_{xy} = \kappa (m_{x0} + m_{y0}) \frac{xy}{l_x l_y} \quad (11.8)$$

idet  $\kappa$ ,  $m_{x0}$ ,  $m_{y0}$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  og  $m_4$  er Konstanter, som tilfredsstiller følgende Ligning, som fremkommer ved at indsætte Ligning (11.6 - 8) i Ligning (11.5):

$$\left(\kappa + 4 \frac{l_y}{l_x}\right) m_{x0} + \left(\kappa + 4 \frac{l_x}{l_y}\right) m_{y0} = \frac{1}{2} p l_x l_y \quad (11.9)$$

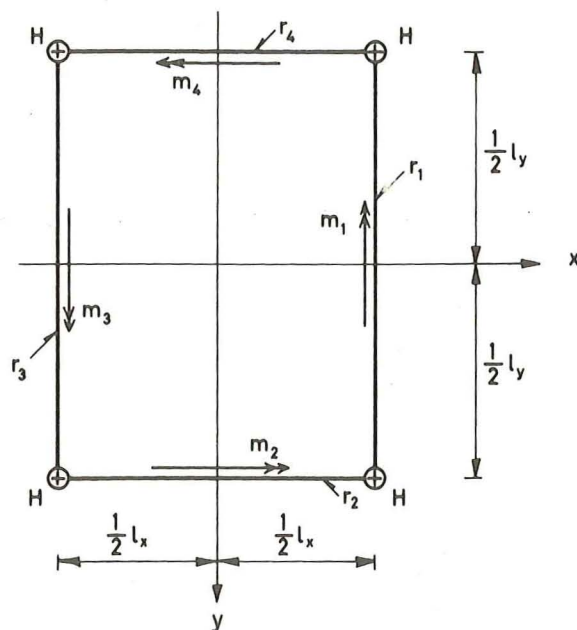


Fig. 11.2

Vælges  $n = 1$  faas Resultater, som stemmer nogenlunde med Brudlinieteorien. Dette svarer til, at Ligning (11.9) ændres til:

$$(1 + 4 \frac{l_y}{l_x}) m_{x0} + (1 + 4 \frac{l_x}{l_y}) m_{y0} = \frac{1}{2} p l_x l_y \quad (11.10)$$

Indspændingsmomenterne fremgaar af Ligning (11.6):

$$\text{For } x = \pm \frac{1}{2} l_x: \quad m_x = \begin{Bmatrix} -m_1 \\ -m_3 \end{Bmatrix} \quad (11.11)$$

$$\text{For } y = \pm \frac{1}{2} l_y: \quad m_y = \begin{Bmatrix} -m_2 \\ -m_4 \end{Bmatrix}$$

I Fig. 11.2 er de tilsvarende Momenter angivet, saaledes som disse paavirker Pladefeltet.

De til  $x = \pm \frac{1}{2} l_x$  svarende Understøtninger skal yde en Reaktion, som dels svarer til  $Q_x$ , dels til  $m_{xy}$ . Pr. infinitesimal Enhedslængde  $dy = 1$  af Randen kan  $m_{xy}$  erstattes af et Kraftpar som vist i Fig. 11.3.

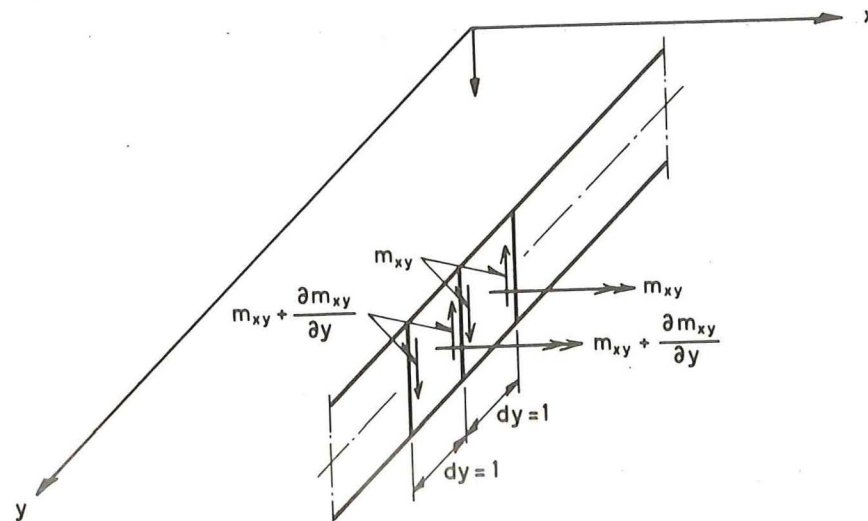


Fig. 11.3

Disse Kræfter kompenserer hinanden to og to paa nær Bidraget

$\frac{\partial m_{xy}}{\partial y}$  samt en Enkeltkraft  $m_{xy}$  ved hvert Pladehjørne.

Betegnes Reaktionen pr. Længdeenhed af Randene (svarende til  $x = \pm \frac{1}{2} l_x$ )  $r_1$  og  $r_3$ , og regnes disse positive, naar de paavirker Pladen i modsat Retning af Belastningen  $p$ , haves følgende:

$$\left. \begin{matrix} r_1 \\ r_3 \end{matrix} \right\} = \bar{r} \left( Q_x - \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} \right) \quad (11.12)$$

Af Ligning (11.12), (11.3) og (11.4):

$$\left. \begin{matrix} r_1 \\ r_3 \end{matrix} \right\} = \bar{r} \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} - 2 \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} \right)_{x = \pm \frac{1}{2} l_x} \quad (11.13)$$

Vridningsmomenterne langs disse Rande kræver i Henhold til det ovenfor anførte og Ligning (11.8), at Pladen ved hvert Hjørne paavirkes af en Kraft i Belastningens Retning af Størrelsen  $\frac{1}{4}(m_{x0} + m_{y0})$ . Af Ligning (11.13), (11.6) og (11.8) faas for  $n = 1$ :

$$\left. \begin{matrix} r_1 \\ r_3 \end{matrix} \right\} = \frac{4}{l_x} m_{x0} + \frac{m_1 - m_3}{l_x} + \frac{m_{x0} + m_{y0}}{l_y} \quad (11.14)$$

Af Ligning (11.14) og (11.10):

$$\left. \begin{matrix} r_1 \\ r_3 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} p l_x - \frac{4 l_x}{l_y^2} m_{y0} + \frac{m_1 - m_3}{l_x} \quad (11.15)$$

Analogt findes Reaktiønerne pr. Længdeenhed af Randene svarende til  $y = \frac{1}{2} l_y$ :

$$\left. \begin{matrix} r_2 \\ r_4 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} p l_y - \frac{4 l_y}{l_x^2} m_{x0} + \frac{m_2 - m_4}{l_y} \quad (11.16)$$

Vridningsmomenterne langs disse Rande kræver desuden som ovenfor beskrevet, at Pladen ved hvert Hjørne paavirkes af en Kraft i Belastningens Retning af Størrelsen  $\frac{1}{4}(m_{x0} + m_{y0})$ . Adderes disse Bidrag til de tilsvarende hidrørende fra de andre Rande, ses det, at Pladen ved hvert Hjørne skal paavirkes af en Kraft i Belastningens Retning af Størrelsen

$$H = \frac{1}{2}(m_{x0} + m_{y0}) \quad (11.17)$$

Pladens maksimale, positive Momenter i Snit vinkelret paa x- og y-Aksen kan almindeligvis tilstrækkeligt nøjagtigt regnes at svare til Momenterne langs Snittene  $x = 0$  og  $y = 0$ , d.v.s. i Henhold til Ligning (11.6) og (11.7):

$$\left. \begin{matrix} m_x = m_{x0} - \frac{1}{2}(m_1 + m_3) \\ m_y = m_{y0} - \frac{1}{2}(m_2 + m_4) \end{matrix} \right\} \quad (11.18)$$

For en tilsvarende elastisk Plade er Nedbøjningen i Pladens Midtpunkt tilnærmelsesvis

$$f \approx \rho m_x l_x^2 \approx \rho m_y l_y^2 \quad (11.19)$$

hvor  $\rho$  er en Konstant, d.v.s.

$$\frac{m_x}{m_y} \approx \frac{l_y^2}{l_x^2} \quad (11.20)$$

Med Henblik paa en Begrænsning af Revnevidderne er det rimeligt at vælge et Forhold mellem  $m_x$  og  $m_y$ , som ikke afviger for meget fra det, der svarer til Ligning (11.20), og for Eksempel at foreskrive:

$$0,5 \frac{l_y^2}{l_x^2} < \frac{m_x}{m_y} < 2 \frac{l_y^2}{l_x^2} \quad (11.21)$$

Anvendes Partialkoefficientprincippet, kan man i Henhold til "Betonkonstruktioner I", Ligning (5.2) regne

$$p = g + 1,5q \quad (11.22)$$

idet  $g$  og  $q$  betegner henholdsvis Pladens hvilende og bevægelige, ensformigt fordelte Belastning pr. Arealenhed.

Ved Dimensionering af Pladearmeringen opnaas almindeligvis lidt større Værdier af de nominelle Brudmomenter  $m_x$  og  $m_y$  end nødvendigt. Hvis man paa Basis af disse og Indspændingsmomenterne beregner  $m_{x0}$  og  $m_{y0}$  af Ligning (11.18) og derefter ud fra disse Værdier beregner den nominelle Brudværdi  $p_n$  af  $p$ , som tilfredsstiller Ligning (11.10), vil Bæreevnen være tilstrækkelig, hvis  $p_n$  er større end den nominelle Belastning  $p$ . Ved den efterfølgende Beregning af Reaktiønerne og Hjørnekræfterne skal Værdierne  $m_{x0}$  og  $m_{y0}$  anvendes.



des. Da de udledte Formler for Reaktionen af Hjørnekræfter forudsætter, at Ligning (11.10) er opfyldt, skal de ovennævnte Værdier af  $m_{x0}$  og  $m_{y0}$  reduceres i Forholdet  $\frac{P}{P_n}$ , før de indsættes i Ligning (11.15) - (11.17). Princippet fremgaar af nedenstaaende Taleksempel.

I Henhold til "Betonkonstruktioner I", Ligning (7.43.3) og (7.32.47.3) bliver:

$$\tau_b = \frac{r}{h(1 - \frac{1}{2}\alpha)} \quad (11.23)$$

I BKI, Afsnit 9.1.10 er anført nogle Regler for Opbøjning af Pladearmering og tilsvarende Værdier af de maksimale, regningsmæssige, nominelle Indspændingsmomenter. Dette svarer til, hvad de kommende Jernbeton-Normer forventes at ville foreskrive.

For at forebygge Risiko for Opskydning ved enkeltspændte Plader, for hvilke ethvert Felts Nabofelters Spændvidde ikke er mindre end 80% af Feltets Spændvidde  $l_x$ , bør foreskrives, at det nominelle Indspændingsmoment ikke regnes større end

$$\frac{1}{2} g \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} (0,8 l_x)^2 = 0,0512 g l_x^2$$

hvis hver anden Armeringsstang opbøjes i Afstanden  $\frac{1}{5}$  af Fagets Spændvidde fra Mellemunderstøtningen.

Denne Regel er strengt taget lidt paa den usikre Side, idet Opbøjningspunktet svarer til Underside-Armeringen, og den opbøjede Armering først er effektiv som Overside-Armering lidt nærmere Mellemunderstøtningen.

De i BKI, Afsnit 9.1.10 foreskrevne, maksimale Værdier af det nominelle Indspændingsmoment ( $0,08 g l_x^2$  for enkeltspændte Plader og  $0,04 g l_x^2$  for dobbeltspændte Plader) burde derfor reduceres til  $0,05 g l_x^2$  for enkeltspændte Plader og  $0,025 g l_x^2$  for dobbeltspændte Plader.

### Taleksempel Nr. 11.1

Et rektangulært Pladefelt i et Dæk er indspændt i Nabofelter langs alle fire Sider og har Spændvidderne

$$l_x = 400 \text{ cm}$$

$$l_y = 600 \text{ cm}$$

Dækkets bevægelige Belastning er

$$q = 500 \text{ kp/m}^2$$

Betonens nominelle Trykbrudspænding er

$$\sigma_b^* = 100 \text{ kp/cm}^2$$

I Henhold til "Betonkonstruktioner I", Afsnit 9.1.14, bør Pladetykkelsen  $h_t$  ikke vælges mindre end  $\frac{1}{50}$  af  $l_x$ , d.v.s. 8 cm. Pladetykkelsen vælges til  $h_t = 12 \text{ cm}$ .

Pladens Egenvægt bliver da

$$g = 0,12 \cdot 2400 = 288 \text{ kp/m}^2$$

Ligning (11.22):

$$p = 288 + 1,5 \cdot 500 = 1038 \text{ kp/m}^2$$

For at kunne anvende de i BKI, Afsnit 9.1.10 angivne Opbøjningsregler vælges

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0,04 \cdot 288 \cdot 4^2 = 184 \text{ kp}$$

Ligning (11.10):

$$(1 + 4\frac{6}{4}) m_{x0} + (1 + 4\frac{4}{6}) m_{y0} = \frac{1}{2} \cdot 1038 \cdot 4 \cdot 6$$

$$7 m_{x0} + 3,67 m_{y0} = 12500 \text{ kp}$$

Indsættes heri i Henhold til Ligning (11.18):

$$m_{x0} = m_x + 184 \text{ kp}$$

$$m_{y0} = m_y + 184 \text{ kp}$$

faas:

$$7 m_x + 3,67 m_y = 12500 - 184(7 + 3,67) = 10500 \text{ kp}$$

Regnes i Henhold til Ligning (11.20):

$$m_y \cong \left(\frac{4}{6}\right)^2 m_x = 0,44 m_x$$

faas:

$$(7 + 3,67 \cdot 0,44) m_x = 8,61 m_x = 10500 \text{ kp}$$

$$m_x = 1220 \text{ kp}$$

Der regnes med mindst 1 cm Dæklag (indendørs Konstruktion, jfr. "Betonkonstruktioner I", Afsnit 8.8). Afstanden fra Betonens Overflade til de yderste Armeringsstængers Midtlinie regnes at være mindst lig med to Gange Armeringens Diameter, som angivet i "Betonkonstruktioner I", Afsnit 8.8 og 8.9. Nyttehøjden regnes til Tyngdepunktet for de to Sæt Stænger (jfr. Betonkonstruktioner I", Afsnit 9.1.3) og regnes 1 cm mindre end det teoretisk mulige (jfr. Betonkonstruktioner I", Afsnit 9.1.10). Antages Stængernes Diameter ikke at være over 10 mm, kan i saa Fald mindst opnaas en Nyttehøjde for Underside-Armeringen af Størrelsen

$$h = 12 - 2,5 - 1 = 8,5 \text{ cm}$$

Tilsvarende faas for Overside-Armeringen (jfr. "Betonkonstruktioner I", Afsnit 9.1.10):

$$h = 12 - 2,5 - 3 = 6,5 \text{ cm}$$

Svarende til  $m_x$  bliver i Henhold til "Betonkonstruktioner I", Ligning (7.32.36) og (7.32.47.3)

$$\mu = \frac{1220}{8,5^2 \cdot 100} = 0,169$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,169} = 0,186$$

Regnes med Tentor 56, og antages  $\sigma_a^* = 4900 \text{ kp/cm}^2$ , faas af "Betonkonstruktioner I", Ligning (7.32.47.2):

$$A = 0,186 \cdot 100 \cdot 8,5 \frac{100}{4900} = 3,23 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Der vælges T 10 pr. 25 cm ( $A = 3,14 \text{ cm}^2/\text{m}$ )

Anvendes paa den anden Led Tentor 52 med

$$\sigma_a^* = \frac{5200}{1,15} = 4500 \text{ kp/cm}^2$$

kræves der her et Tværsnit af Størrelsen:

$$A \cong 0,44 \cdot 3,23 \frac{4900}{4500} = 1,55 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Der vælges T 8 pr. 25 cm ( $A = 2,01 \text{ cm}^2/\text{m}$ ).

Hver anden Armeringsstang opbøjes i Henhold til "Betonkonstruktioner I", Afsnit 9.1.10 i Afstanden  $\frac{400}{5} = 80 \text{ cm}$  fra Understøtningerne. Dette gælder baade Stænger parallelle med de lange og de korte Sider.

For de opbøjede Stænger af Pladens svageste Armering faas i Henhold til "Betonkonstruktioner I", Ligning (7.32.47.1) og (7.32.47.4):

$$\omega = \frac{2,01 \cdot 4500}{2 \cdot 100 \cdot 6,5 \cdot 100} = 0,070$$

$$\mu = 0,070 \left(1 - \frac{1}{2} \cdot 0,070\right) = 0,067$$

Disse Stænger kan i Henhold til "Betonkonstruktioner I", Ligning (7.32.36) optage et Moment af Størrelsen:

$$m_{\perp} = 0,067 \cdot 6,5^2 \cdot 100 = 283 \text{ kp}$$

hvilket er mere end forudsat (184 kp).

Pladens svageste Armering kan optage en nominal Trækflydekraft af Størrelsen

$$N_{ay} = 2,01 \cdot 4,5 = 9 \text{ Mp/m}$$

altsaa langt mere end den i "Betonkonstruktioner I", Afsnit 9.1.13 foreskrevne Minimalværdi (2 Mp/m).

Alle de i Afsnit 9.1.11 - 9.1.14 formulerede Krav til minimale Armeringsdiametre, maksimal og minimal Afstand mellem Armeringsstænger, minimal Armering og minimal Pladetykkelse ses at være opfyldte.

Ved Renskrivning af de statiske Beregninger bør ovenstaaende udførlige Redegørelse for Dimensioneringen erstattes af en Eftervisning af Bæreevnen og en Beregning af de Reaktionen, som Pladens Understøtninger - Bjælker, Søjler etc. - skal kunne optage, for Eksempel som nedenfor angivet:

$$l_x = 400 \text{ cm}$$

$$l_y = 600 \text{ cm}$$

$$q = 500 \text{ kp/m}^2$$

$$h_t = 12 \text{ cm}$$

$$g = 288 \text{ kp/m}^2$$

$$g + 1,5q = 1038 \text{ kp/m}^2 \approx 1,04 \text{ Mp/m}^2$$

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 0,04 \cdot 288 \cdot 4^2 = 184 \text{ kp}$$

Armering ≠ korte Sider T 10 pr. 25 cm

Armering ≠ lange Sider T 8 pr. 25 cm

$$h_t \approx 12 - 2,5 \cdot 1 - 1 = 8,5 \text{ cm}$$

$$h_- \approx 12 - 2,5 \cdot 1 - 3 = 6,5 \text{ cm}$$

$$\sigma_{x+} = \frac{3,14 \cdot 4900}{100 \cdot 8,5 \cdot 100} = 0,181$$

$$\sigma_{y+} = \frac{2,01 \cdot 4500}{100 \cdot 8,5 \cdot 100} = 0,106$$

$$\sigma_- \geq \frac{2,01 \cdot 4500}{2 \cdot 100 \cdot 6,5 \cdot 100} = 0,070$$

$$\mu_{x+} = 0,181 (1 - \frac{1}{2} \cdot 0,181) = 0,165$$

$$\mu_{y+} = 0,106 (1 - \frac{1}{2} \cdot 0,106) = 0,100$$

$$\mu_- = 0,070 (1 - \frac{1}{2} \cdot 0,070) = 0,068$$

$$m_x = 0,165 \cdot 8,5^2 \cdot 100 = 1190 \text{ kp}$$

$$m_y = 0,100 \cdot 8,5^2 \cdot 100 = 720 \text{ kp}$$

$$m_- = 0,068 \cdot 6,5^2 \cdot 100 = 287 \text{ kp} > 184 \text{ kp}$$

$$m_{x0} = 1190 + 184 \approx 1370 \text{ kp}$$

$$m_{y0} = 720 + 184 \approx 900 \text{ kp}$$

Ligning (11.10):

$$(1 + 4\frac{6}{4}) 1370 + (1 + 4\frac{4}{6}) 900 = 12890 \text{ kp} > \frac{1}{2} \cdot 1040 \cdot 4 \cdot 6 = 12480 \text{ kp}$$

Ligning (11.15) - (11.16):

$$\left. \begin{matrix} r_1 \\ r_3 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \cdot 1,04 \cdot 4 - \frac{4 \cdot 4}{6^2} \cdot 0,90 \frac{12,48}{12,89} = 2,08 - 0,39 = 1,69 \text{ Mp/m}$$

$$\left. \begin{matrix} r_2 \\ r_4 \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \cdot 1,04 \cdot 6 - \frac{4 \cdot 6}{4^2} \cdot 1,37 \frac{12,48}{12,89} = 3,12 - 1,99 = 1,13 \text{ Mp/m}$$

$$H = \frac{1}{2} \cdot (1,37 + 0,90) \frac{12,48}{12,89} = 1,10 \text{ Mp}$$

$$\text{Maks } \tau_b = \frac{1690}{100 \cdot 6,5 (1 - \frac{1}{2} \cdot 0,070)} = 2,7 \text{ kp/cm}^2 <$$

$$\tau_0 = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 100 = 5 \text{ kp/cm}^2$$

En Kontrol af Reaktionsberegningen - som dog udelades i de renskrevne Beregninger - opnaas ved at undersøge, om Reaktionen Resultant svarer til Belastningens Resultant. For det foreliggende Taleksempel faas:

$$2 \cdot 6 \cdot 1,69 + 2 \cdot 4 \cdot 1,13 - 4 \cdot 1,10 = 25,0 = 1,04 \cdot 4 \cdot 6 = 25,0 \text{ Mp}$$

12. RAMMEHJØRNER

I det følgende omtales nogle Problemer i Forbindelse med Rammehjørner. De to Bjælker, som danner Hjørnet, antages at have rektangulære Tværsnit med samme Bredde maalt vinkelret paa Rammens Plan. Redegørelsen dækker saaledes tillige de tilsvarende hyppigt forekommende Forhold ved Kanter mellem Plader eller Vægge.

For Bjælker med Flanger, for Eksempel T-Bjælker, bør man se bort fra Flangens Bidrag til Optagelse af Bøjningsmomenterne ved Hjørnerne, med mindre der her indlægges Tværbjælker, som kan overføre Trykflangernes Normalkræfter  $N'_b$  til Bjælkekroppen (se Fig. 12.1).

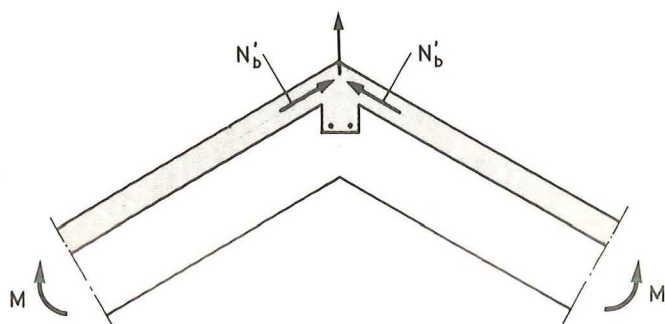


Fig. 12.1

I Fig. 12.2 a og b er vist Rammehjørner paavirket af et Bøjningsmoment  $M$ , som giver henholdsvis Tryk og Træk i Hjørnets Yderside.

I sidstnævnte Tilfælde (Fig. 12.2 b) kan Momentet optages i Hjørnet ved at føre Bjælkernes Armering langs Ydersiden som vist i Figuren. Bøjningsmomenter, der fremkalder Træk i Hjørnets Yderside, giver saaledes ikke Anledning til særlige Problemer.

Anderledes stiller det sig, naar Hjørnet skal overføre et Moment, som fremkalder Træk ved Hjørnets Inderside (Fig. 12.2 a). I det indadgaaende Hjørne forekommer i saa Fald en Trækspændingskoncentration, som her medfører store, lokale Trækspændinger i

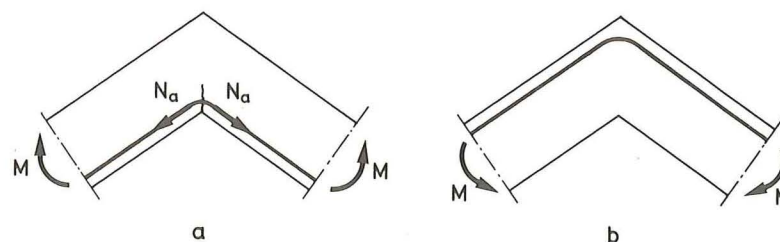


Fig. 12.2

Snittet langs Hjørnets Vinkelhalveringslinie. Der vil derfor her opstaa en Revne allerede for smaa Værdier af  $M$ . Hvis Armeringen arrangeres som vist i Fig. 12.2 a, vil Resultanten af Trækkræfterne  $N_a$  i Armeringen ved Hjørnet medføre, at Dæklaget afsprænges, saa at Armeringen her trækkes ud af Betonen, Revnevidden øges, og Hjørnets Bæreevne svigter. Dette Arrangement er saaledes helt uhenigtsmæssigt.

For at bøde paa dette Forhold kan man i Hjørnet indlægge en Bøjle, som antydtes i Fig. 12.3 a. Denne bør være stærk nok til at optage Resultanten af Kræfterne  $N_a$  og føre denne op i Trykzonen, hvor Bøjlen forankres, idet Bøjlekræften her holdes i Ligevægt af de tilsvarende Resultanter  $N'_b$  af Betontrykspændingerne.

I Stedet for at optage Resultanten af Kræfterne  $N_a$  alene i Rammehjørnets Vinkelhalveringslinie kan Kraftoptagelsen fordeles over flere Bøjler som antydtes i Fig. 12.3 b.

Et alternativt Armeringsarrangement er vist i Fig. 12.4 a. I dette Tilfælde er Trækarmningsstængerne i begge Bjælker ført retliniede forbi det indadgaaende Hjørne og forankret i Bjælkernes Trykzoner.

Indlægges det i Fig. 12.4 a viste Snit ABCD, vil Betonen over dette Snit være paavirket af Resultanterne  $N'_b$  af Betontrykspændingerne langs Snit AB og CD, saa Ligevægten kræver Trækspændinger langs Snittet BC. Bæreevnen er saaledes betinget af Betonens Træk-

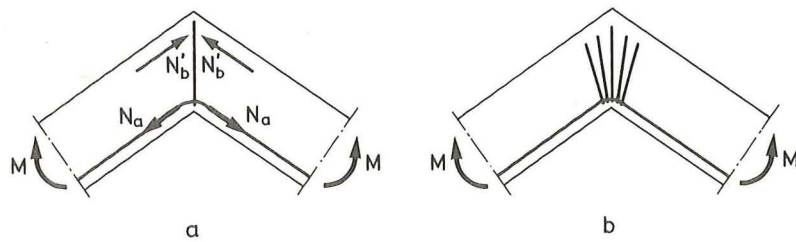


Fig. 12.3

styrke, og Trykzonen har en Tendens til at afsprænges som antydnet i Fig. 12.4b. Dette er konstateret ved tyske og svenske Forsøg (se [69-19]). Det paagældende Armeringsarrangement har fundet udstrakt Anvendelse, men de svenske Forsøg viste, at Bæreevnen kun var ca. 33% af Bjælkernes Bæreevne, og at denne Armeringsanordning var den ringeste af samtlige, der indgik i Forsøgsprogrammet. En vis Afhjælpning kan formentlig opnaas ved Hjælp af Hjørnebjøljer i Lig-hed med Fig. 12.3

En Armering langs Hjørnets Yderside er derimod ikke i Stand til at forebygge en Afsprængning af den udvendige Del af Hjørnet, fordi en saadan Armering er paavirket til Tryk. Hjørnet vil i saa Fald afsprænges som vist i Fig. 12.4c.

Et andet Arrangement, som har fundet nogen Anvendelse, er vist i Fig. 12.5.

Bjælkernes Trækarmoring er her ført rundt i en Sløjfe, som medvirker til at hindre Afsprængning af Hjørnets Trykzone. En Mangel ved denne Anordning er, at den er mindre egnet i de Tilfælde, hvor de to Bjælker, der samles i Hjørnet, har forskellig Højde, idet det i saa Fald er vanskeligt at bukke Sløjfen saaledes, at den effektivt hindrer Afsprængning af Trykzonen. Hertil kommer, at Sløjfer af den i Fig. 12.5 viste Art i alle Tilfælde medfører visse praktiske Vanskeligheder i Forbindelse med Bukning, Transport, Oplagring og Ilægning af Armeringen.

Intet af de i Fig. 12.3 - 12.5 viste Armeringsarrangementer

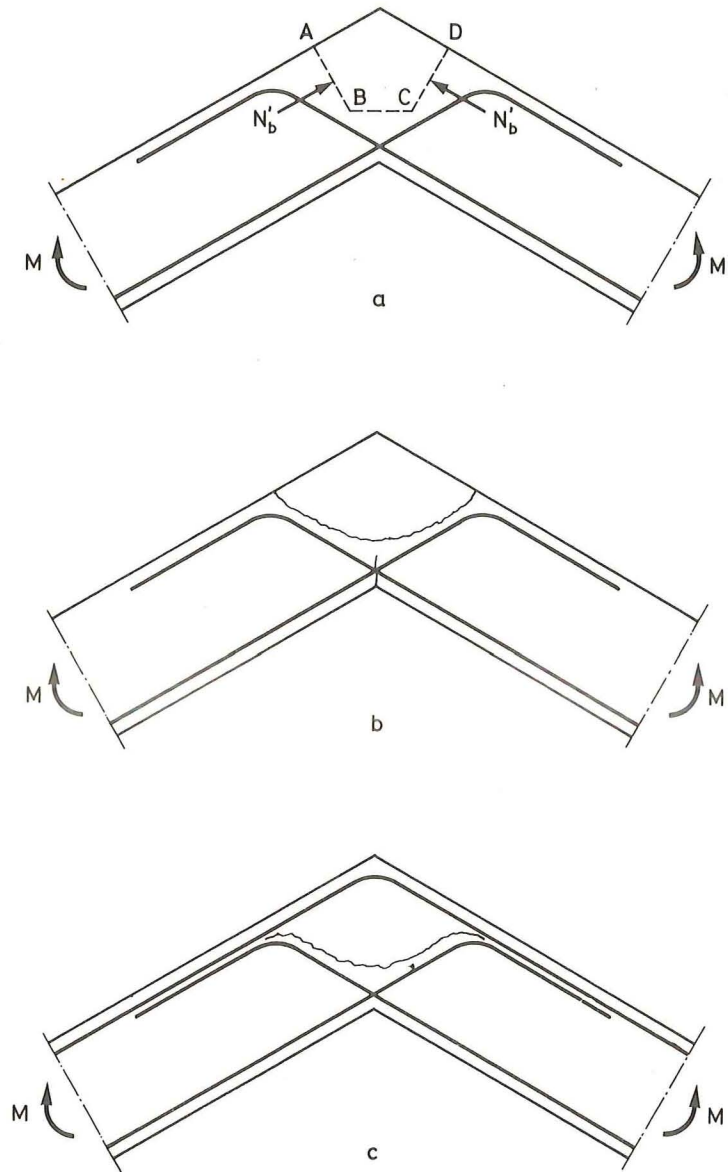


Fig. 12.4

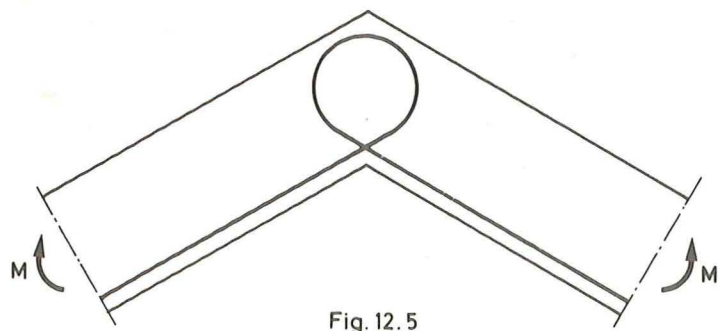


Fig. 12.5

har ved de udførte Laboratorieforsøg vist sig at give Hjørnet en lige saa stor Bæreevne som de tilstødende Bjælker. Da nogle af Armeringsanordningerne indebærer en Risiko for Spaltning af Betonen langs Snit parallelle med Rammens Plan i Lighed med den i Forbindelse med Armerings-Krumninger omtalte Tendens (se BK I, Afsnit 8.7), vil Bæreevnen i disse Tilfælde kunne øges noget ved at indlægge en passende Tværarmering vinkelret paa Rammens Plan til Modarbejdelse af Spaltningstendensen.

Spændingskoncentrationer ved indadgaaende Rammehjørner kan reduceres ved her at indføre lokale Øgninger af Bjælkehøjden (Vouter) som antydnet i Fig. 12.6

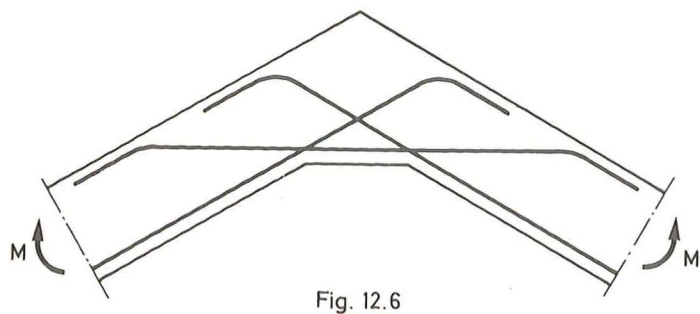


Fig. 12.6

I samme Figur er desuden vist, hvorledes man kan opnaa en Forstærkning af Hjørnet ved Indlæggelse af en separat Hjørnearmering vinkelret paa Hjørnets Vinkelhalveringslinie.

Baade Laboratorieforsøg og Erfaringer fra udførte Konstruktioner har vist, at de hidtil anvendte Armeringsudformninger ved Rammehjørner er mangelfulde, dels fordi de medfører for store Revnevidder, dels fordi Rammehjørnerne ikke kan optage lige saa store Bøjningsmomenter som de tilsluttende Bjælker eller Plader (Vægge).

Et yderligere Krav, man kan stille til Armeringsudformningen ved et Rammehjørne, er, at dette ikke medfører praktiske Vanskeligheder i Forbindelse med Armeringens Bukning, Transport, Oplagring og Ilægning, og at Armeringen ikke hindrer en effektiv Udstøbning og Komprimering af Betonen. Det sidstnævnte Hensyn er især væsentligt i de hyppigt forekommende Tilfælde, hvor det drejer sig om Kanter mellem Vægge, idet Forholdet her kompliceres af Udstøbningens Højde. Ved den ovenfor nævnte svenske Forsøgsserie [69-19] konkluderedes, at alle de ovenfor nævnte Hensyn kan tilgodeses ved at udforme Hjørnearmeringen i Henhold til følgende Retningslinier:

Trækarmeringen i begge tilstødende Bjælker, Plader eller Vægge forankres med en Krog, der bedst muligt omslutter Hjørnets Trykzone (se Fig. 12.7), idet Regler for minimale Dækttykkelser og Bukkediametre tilgodeses.

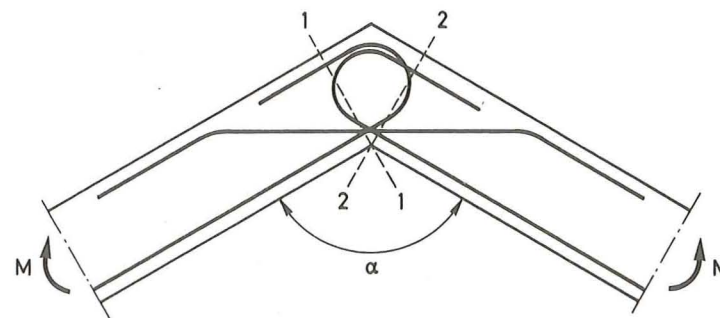


Fig. 12.7

Vinkelret paa Hjørnets Vinkelhalveringslinie indlægges en supplerende Hjørnearmering. Dennes Tværnsnitsareal bør mindst svare til 50% af det største af de tilstødende Bjælkens (Pladers, Vægges) Armeringstværsnitsareal.

Hvis Hjørnets Vinkel  $\alpha$  (se Fig. 12.7) er mindre end  $90^\circ$ , bør anvendes Vouter (jfr. Fig. 12.8).

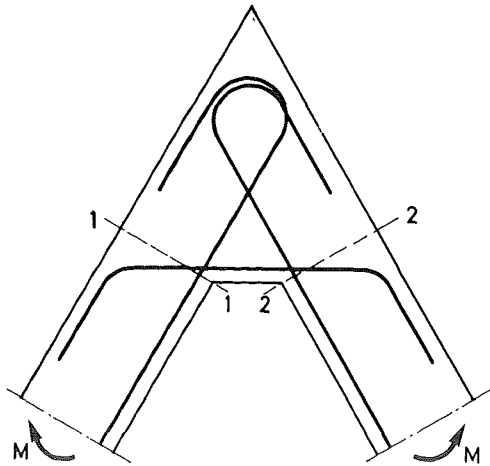


Fig. 12.8

Hvis der kan optræde Bøjningsmomenter, der fremkalder Træk ved Hjørnets Yderside, maa der her indlægges fornøden Armering til Optagelse af dette Træk.

Armeringens Dimensioner bestemmes paa Basis af Paavirkningerne i de i Fig. 12.7 og 12.8 viste Snit 1-1 og 2-2 i Bjælkerne umiddelbart ved Hjørnet, idet der ses bort fra den supplerende Hjørnearmerings Bidrag og fra Armeringen i Tryksiden. Der vælges samme Afstande mellem Armeringsstængerne i Snit 1-1 og 2-2 og mellem Stængerne i den supplerende Hjørnearmering.

For mere indgaaende Studium af Problemer i Forbindelse med Rammehjørner henvises til [69-19].

### 13. STØBESKEL

Ved Udformning af Støbeskel i Jernbeton- og Spændbetonkonstruktioner tilstræbes som oftest at opnaa en saa god Forbindelse, at der kan overføres visse Tryk og Forskydningsspændinger igennem Støbeskellet. Desuden vil man i nogle Tilfælde tilstræbe, at Støbeskellet bliver tæt over for Gennemtrængning af Vand, Olie etc.

En Metode til at sikre, at der kan overføres Forskydningskræfter gennem Støbeskellet, gaar ud paa at give Støbeskellet en korrugeret, fortandet eller ujævn Overflade. Dette kan for Eksempel gøres ved at støbe mod en Form med de tilsigtede Fortandinger. Ved vandrette Støbeskel kan man bibringe Støbeskellet den ønskede Form ved at presse Fordybninger i Betonen umiddelbart efter Støbningen. Ved lodrette eller skraa Støbeskel kan Betonen støbes imod en glat Form, idet Overfladen saa kort efter Afbindingen bibringes den tilstræbte ujævne Form, for Eksempel ved Bearbejdning med pneumatiske Hamre eller lignende. Man kan herved fjerne et Overfladelag, saaledes at Fordybninger af Størrelsesorden 5-10 mm opnaas. Metoden er for Eksempel anvendt i stor Udstrækning ved Støbeskel i Spændbetonbroer udført ved Frimontage.

Overfører et Støbeskel Trykspændinger, medfører dette øget Mulighed for at kunne overføre Forskydningsspændinger gennem Støbeskellet. Saadanne Trykspændinger kan for Eksempel opnaas ved Hjælp af Forspænding.

Man kunde nære Betæneligheder ved at bearbejde en nylig afbunden Betons Overflade for at opnaa de tilstræbte Ujævnheder, idet man derved kunde paaføre Betonen en varig Svækkelse. Der kan i denne Forbindelse henvises til Forsøg udført af E. Suenson [31-1], p. 339. Det skal dog bemærkes, at Behugningen af Støbeskellet i dette Tilfælde først blev udført  $3\frac{1}{2}$  Maaned efter Støbningen.

Spørgsmaalet blev diskuteret i Forbindelse med den 3. FIP-Kongres i Berlin 1958, hvor Bühler fremsatte følgende Standpunkt ([58-8], p. 713):

"Grundsätzlich konnte festgestellt werden, dass eine geringfügige Profilierung, die einen Scherverbund ermöglicht, günstig ist. Dabei ist aber wichtig, dass diese Profilierung durch eine entsprechende Formgebung der Stirnschalung erzielt wird und nicht durch

ein nachträgliches Bearbeiten des Betons, das in jedem Fall durch die unvermeidliche Zerstörung des Kornes in der Arbeitsfuge eine Abminderung des Verbunds zur Folge hat."

Med Hensyn til Muligheden for at overføre Forskydningsspændinger i Støbeskel kan iøvrigt henvises til K.W. Johansens Redegørelse i Bygningsstatistiske Meddelelser ([30-1], p. 67).

Samme Spørgsmaal er behandlet af L.L. Jones i Magazine of Concrete Research [59-11].

Spørgsmaalet om en Svækkelse af Støbeskel fremkaldt ved Bearbejdning af den afbundne Beton med pneumatisk Hamre er undersøgt af Professor Mehmel, Darmstadt, i Forbindelse med Niebelungen-Brücke i Worms, bygget 1952. Hans Resultater viste, at Ophugningen ikke havde nogen uheldig Indflydelse paa Konstruktionens Styrke, hvis alle løse Partikler blev børstet bort fra den ophuggede Overflade, efter at Betonen var hærdet. Der vilde i saa Fald ikke være efterladt nogen Korn i Støbeskellet, som kunde have en uheldig Indflydelse. Ved den paafølgende Betonudstøbning vilde den vaade Cementmørtel skabe en god Forbindelse med den hærdede Beton og endog sammenstøbe eventuelle smaa Revner. Støbeskellet bør fugtes omhyggeligt før Betonudstøbningen. Betonen skal formentlig være vandmættet, men overfladetør. Der er endda Indikationer, der tyder paa, at Fladen helst skal være svagt sugende. Princippet er anvendt med Held ved et stort Antal Spændbetonbroer udført ved Frimontage.

En alternativ Metode gaar ud paa at anvende en Retarder umiddelbart ved Støbeskellet, saaledes at et Lag paa nogle faa Milimeters Tykkelse ikke binder af, før Formen fjernes, og det paagældende Lag børstes bort. Før Udstøbningen af Betonen stryges Formen med Retarderen. Efter at Formen er fjernet, fugtes Betonens Overflade, hvorefter den børstes og skylles omhyggeligt. Tykkelsen af det Lag, der saaledes fjernes, er ca. 2-3 mm.

Endnu en Metode gaar ud paa at støbe imod et Traadnet, hvorved der opstaar en ru Betonflade uden efterfølgende Bearbejdning.

Opnaaelse af Fortanding ved Støbning mod Forme med Fremspring blev indgaaende undersøgt og anvendt i stor Skala i Forbindelse med Nabla-Dragerne i Holland ([63-11], p. 306).

For at opnaa at et Støbeskel bliver tæt, foreskrives det ofte, at

man paabegynder den efterfølgende Støbning ved først at udlægge et tyndt Lag Mørtel imod den tidligere udstøbte Betonflade, hvorefter Resten af Støbningen udføres med almindelig Beton. Erfaringer synes at vise, at Metoden tværtimod at medføre Tæthed kan føre til Gennemsvivninger, formentlig fordi Mørtelen har større Permeabilitet end Betonen. Derimod har man opnaaet tilfredsstillende Resultater ved Udeladelse af det nævnte Mørtellag [59-1]. Ved Anvendelse af Kunstharpiks (Epoxy) i Støbeskel skulde der ogsaa være Mulighed for at opnaa Tæthed.



14 SPÆNDBETON14.1 JERNBETON, SPÆNDBETON OG DELVIS FORSPÆNDING

Jernbetonkonstruktioner uden Forspænding er behandlet i "Betonkonstruktioner I" [69-24] og i denne Bog.

Spændbetonkonstruktioner er behandlet i "Spændbeton" [69-25].

I dette og de følgende Afsnit af Kapitel 14 skal dels gøres Rede for nogle af de Egenskaber, der karakteriserer de delvis forspændte Konstruktioner, dels anføres nogle supplerende Bemærkninger vedrørende Spændbetonkonstruktioner.

Naar Betontrækspændingerne i en Betonkonstruktion naar op til Trækstyrken, revner Betonen. I Jernbetonkonstruktioner uden Forspænding tilstræber man at indlægge en Armering til Optagelse af de Trækkræfter, Konstruktionen skal kunne modstaa, og til Begrænsning af Revnevidderne. I Spændbetonkonstruktioner med fuldstændig Forspænding tilstræber man at indføre saa store Trykspændinger i Betonen, inden denne udsættes for sin Nyttelast, at de resulterende Spændinger ikke overskrider Betonens Trækstyrke.

Man kan ogsaa i en Betonkonstruktion anvende en Forspænding, som delvis modvirker Trækspændingerne fra Nyttelasten, men som ikke forebygger, at Betonen revner. Man taler i saa Fald om delvis Forspænding.

Delvis forspændt Beton kan betragtes som et fælles Begreb omfattende alle armerede Betonkonstruktioner, idet fuldstændig Forspænding og Jernbeton uden Forspænding repræsenterer to Grænsetilfælde.

Forspænding er en Forudsætning for at kunne udnytte Spændarmeringens store Styrke. Hvis man skulde opnaa lige saa høje Spændinger i Armeringen alene ved at belaste den armerede Betonkonstruktion, vilde dette medføre for store Revnevidder. Dette Forhold drager man ogsaa Nytte af i Forbindelse med delvis Forspænding.

I visse Henseender er de fuldstændigt forspændte Konstruktioner fordelagtigere end de delvis forspændte, fordi man ved fuldstændig Forspænding forebygger Revner og de dermed følgende Gener, samtidig med at man opnaar, at hele Betontværsnittet forbliver effektivt til Optagelse af Snitkræfterne, hvilket desuden medfører større Stivhed.

Et Krav om fuldstændig Forspænding kan dog i nogle Tilfælde indebære Gener. De fleste Konstruktioner dimensioneres for en Belastning, som langt overstiger deres gennemsnitlige Belastning (Langtidslast). Fuldstændig Forspænding kan derfor medføre, at Konstruktionen - blandt andet paa Grund af Betonens Krybning - faar skadelige Opbøjninger.

Ved at anvende delvis Forspænding vil man desuden ofte kunne opnaa mere økonomiske Konstruktioner end ved fuldstændig Forspænding.

Det har været foreslaaet at etablere en delvis Forspænding ved at anvende lavere Spændinger i Spændarmeringen. En bedre Udnyttelse af Spændarmeringen opnaas dog ved at reducere dens Tværsnitsareal, men forspænde den fuldt og supplere den med fornøden uspændt Armering til at etablere den krævede Brudsikkerhed og eventuelt til at begrænse Revnevidderne tilstrækkeligt. Baade den forspændte og den uspændte Armering bidrager iøvrigt til Begrænsning af Revnevidderne.

En saadan Kombination af forspændt og uspændt Armering kan forventes at ville finde øget Anvendelse.

Medens fuldstændig Forspænding fortsat maa forventes at føre til de mest økonomiske Løsninger i de Tilfælde, hvor Belastningsvariationen er lille i Forhold til Maksimalbelastningen - for Eksempel ved store Spændvidder (se SB, Afsnit 2.16.1) - vil det modsatte kunne blive Tilfældet, hvis Belastningsvariationen bliver relativt mere dominerende. Dette gælder for mindre Spændvidder og især, hvor Bøjningsmomentet varierer mellem en positiv og en negativ Værdi af omtrent samme numeriske Størrelse - for Eksempel for Master.

Medens Spændarmeringens Placering ved fuldstændig Forspænding kan være bestemt af Hensynet til Spændingsfordelingen under Brugslast, har man ved delvis Forspænding Frihed til at placere den uspændte Armering nær Tværsnittets Kanter, hvor den paa Grund af større Nyttelhøjde er mere effektiv til Optagelse af Brudmomentet.

Kravet om fuldstændig Forspænding kan medføre, at der nogle Steder i Konstruktionen maa indlægges supplerende, korte Længder af Spændarmering for at dække lokale Spændingsspidser, hvilket er upraktisk og uøkonomisk. Anvendes delvis Forspænding, kan uspændt

Armering derimod lettere og mere smidigt afpasses efter saadanne Behov. Ved delvis Forspænding er den uspændte Armering kraftigere end ved fuldstændig Forspænding. Dette kan reducere Faren for, at der opstaar Svindrevner før Opspændingen.

Ved fuldstændig Forspænding kan Hensyn til Spændingen ved Brugsbelastning nødvendiggøre Opspænding i Etaper, efterhaanden som Lasten øges. Denne Komplikation undgaas lettere ved delvis Forspænding.

Ved delvis Forspænding ser man bort fra Kravet om Revnefrihed, og det synes ikke motiveret at bibeholde Krav om Overholdelse af tilladelige Spændinger i Brugsstadiet. Det fundamentale Krav maa være, at Konstruktionens Brudssikkerhed skal være tilstrækkelig. Desuden kan Krav om maksimalt tilladelige Revnevidder under Brugsbelastning (se Kapitel 15) blive bestemmende for Forspænding, supplerende uspændt Armering eller en Kombination af disse to Midler til Begrænsning af Revnevidderne.

Der er ved delvis Forspænding store Muligheder for at udnytte de to Armeringstypers karakteristiske Fortrin - for Eksempel Spændarmeringens høje Styrke, hvor denne Armering kan finde Anvendelse i store Længder, og den uspændte Armering til Dækning af lokale Spændingsspidser.

Stilles Krav om maksimale Revnevidder, kan man eventuelt lade dette være bestemmende for Graden af Forspænding, idet man først dimensionerer Konstruktionen som en Jernbetonkonstruktion med uspændt Armering og derefter erstatter en Del af denne med Spændarmering i det Omfang, som Revnekriteriet kræver det. Der bliver i saa Fald nærmest Tale om en Jernbetonkonstruktion med supplerende Forspænding. Hvis Ønsket om Revnefrihed er tungtvæjende, bør anvendes fuldstændig Forspænding. Dette kan for Eksempel gælde Beholdere og Tanke og Konstruktioner i aggressivt Milieu. Man maa dog gøre sig klart, at der selv i Konstruktioner, hvor man har tilstræbt at etablere en fuldstændig Forspænding, kan optræde Revner, for Eksempel ved Forankringerne.

Ved Fastsættelse af den maksimalt tilladelige Revnevidde bør man tage Hensyn til, at tynde Spændarmeringstraade er mere udsat for at miste deres Styrke paa Grund af Korrosion end en Armering

bestaaende af Stænger med større Dimension.

Vedrørende Revnevidder henvises til Kapitel 15.

Revnerne medfører en Reduktion af Konstruktionens Modstanddygtighed over for Udmattelsespaavirkning. Af denne Grund bør fuldstændig Forspænding anvendes ved dynamisk paavirkede Konstruktioner.

Den delvise Forspænding maa forventes især at faa Betydning inden for de Felter, hvor Jernbeton uden Forspænding og fuldstændigt forspændte Konstruktioner hidtil har været nogenlunde lige egnede og økonomiske.

For nærmere Studium af Problemer i Forbindelse med delvis Forspænding henvises til følgende Referencer i Litteraturfortegnelsen: [59- 3] [63- 7] [65-28] [65-30] [65-34] [66- 1] [66-25] [66-28] [67-36] [68-15] [68-33] [68-42] [68-54] [68-52] [69-14] [69-18] [69-23] [69-42].

Temmelig omfattende Redegørelser findes under [66- 1] og [66-28].

#### 14.2 LAASEGLIDNING

Problemet Laaseglidning er behandlet i "Spændbeton" [69-25], Afsnit 2.11.5. Her skal blot udledes et Udtryk for den Længde af Spændarmeringen, som berøres af Laaseglidningen.

Ved Laaseglidning reduceres Armeringskraften  $N_a$  med Størrelsen  $\Delta N_a$ . Ved Forankringen er Flytningen af Spændarmeringen

$$\Delta l = \int_0^{s_0} \frac{\Delta N_a ds}{E_a A} \quad (14.2.1)$$

hvor  $s_0$  er Kurvelængden af den Del af Spændarmeringen, der paavirkes af Laaseglidningen, og  $E_a$  svarer til Aflastning. Vedrørende Bogstavsymboler henvises iøvrigt til SB.

Betegnes det i Fig. 14.2.1 med Raster markerede Areal F, bliver

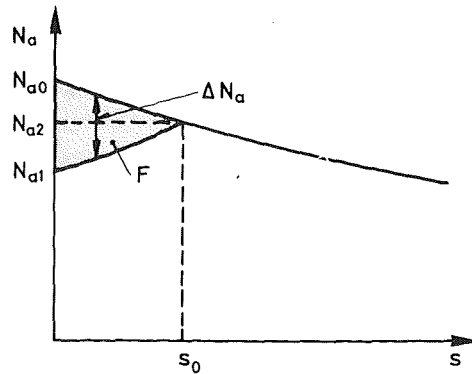


Fig. 14.2.1

$$\Delta \Delta l = \frac{F}{E_a A} \quad (14.2.2)$$

hvoraf

$$F = A E_a \Delta \Delta l \quad (14.2.3)$$

Indføres Betegnelsen

$$k_s = k + \mu \frac{g}{s} \quad (14.2.4)$$

i Ligning (2.11.5) i "Spændbeton" [69-25] faas

$$N_a = N_{a0} e^{-s k_s} \quad (14.2.5)$$

Ved Rækkeudvikling:

$$N_a = N_{a0} (1 - s k_s + \frac{1}{2} s^2 k_s^2 - \dots) \approx N_{a0} (1 - s k_s) \quad (14.2.6)$$

$$N_{a2} \approx N_{a0} (1 - s_0 k_s) \quad (14.2.7)$$

$$N_{a1} \approx N_{a2} (1 - s_0 k_s) \approx N_{a0} (1 - 2 s_0 k_s) \quad (14.2.8)$$

Antages  $N_a$  at variere lineært inden for Strækningen  $s_0$ , faas:

$$F = \frac{1}{2} s_0 (N_{a0} - N_{a1}) = N_{a0} s_0^2 k_s \quad (14.2.9)$$

Af (14.2.3) og (14.2.9):

$$s_0 = \sqrt{\frac{A E_a \Delta \Delta l}{N_{a0} k_s}} \quad (14.2.10)$$

Indføres

$$\sigma_{a0} = \frac{N_{a0}}{A} \quad (14.2.11)$$

faas

$$s_0 = \sqrt{\frac{E_a \Delta \Delta l}{\sigma_{a0} k_s}} \quad (14.2.12)$$

Det er ovenfor forudsat, at Længden af Spændarmeringen er større end Summen af de to Længder  $s_0$ , som omfattes af Laaseglidningen ved Armeringens to Ender.

For Størrelsen  $\frac{g}{s}$  i Ligning (14.2.4) kan indføres Middelværdien af Krumningen  $\frac{1}{\rho}$  i det paagældende Omraade.

#### Taleksempel Nr. 14.2.1

$$E_a = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$$

$$\sigma_{a0} = 12000 \text{ kp/cm}^2$$

$$\Delta \Delta l = 0,5 \text{ cm}$$

$$k = 0,005 \text{ m}^{-1} = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$\mu = 0,25$$

$$\frac{g}{s} = 0,1 \text{ m}^{-1} = 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

Ligning (14.2.4):

$$k_s = 0,5 \cdot 10^{-4} + 0,25 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

Ligning (14.2.12):

$$s_0 = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 0,5}{1,2 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}} = 540 \text{ cm}$$

$$1 - s_0 k_s = 1 - 540 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 1 - 0,162 = 0,838$$

Ligning (14.2.7):

$$N_{a2} = 0,838 N_{a0}$$

Ligning (14.2.8):

$$N_{a1} = (1 - 2 \cdot 0,162) N_{a0} = 0,676 N_{a0}$$

### 14.3 LINEÆR TRANSFORMATION AF FORSPÆNDING I SPÆNDBETONRAMMER MED FAST KNUDEPUNKTSFIGUR.

I "Spændbeton" [69-25], Afsnit 2.16.3 og 2.22 omtales Begrebet lineær Transformation af Forspændingen i Forbindelse med kontinuerlige Bjælker. Her skal tilføjes nogle Betragtninger vedrørende de tilsvarende Forhold for Spændbetonrammer med fast Knudepunktsfigur.

#### 14.3.1 Det urevnede Stadium

Spændarmeringens Tyngdepunktskurve er defineret ved dens Excentriciteter  $y_N$ , d.v.s. dens Afstande fra Stængernes Tyngdepunktslinier. En Flytning af Spændarmeringen kan karakteriseres ved Ændringerne  $\Delta y_N$  af disse Afstande. En lineær Transformation af Forspændingen defineres som en Flytning af Spændarmeringen, ved hvilken  $\Delta y_N$  for hver Stang varierer lineært langs Stangens Tyngdepunktsakse. Den lineære Transformation antages alene at svare til Flytninger af Spændarmeringselementer, som forløber fra en Stang gennem et Knudepunkt til en anden Stang, og det forudsættes, at  $\Delta y_N$  for hvert Spændarmeringselement er den samme paa begge Sider af Knudepunktet.

Forholdet er illustreret i Fig. 14.3.1, hvor Spændarmeringens Tyngdepunktslinie før og efter Transformationen er angivet med henholdsvis tyk og tynd Streg.

En saadan Flytning medfører ingen Ændring af Krumningsradierne af Spændarmeringens Tyngdepunktskurve inden for de enkelte Stænger og derfor heller ikke nogen væsentlig Ændring af den Belastning, hvormed Spændarmeringen paavirker Stængerne (jfr. "Spændbeton" [69-25], Afsnit 2.16.3). En lineær Transformation af Forspændingen svarer til, at der indføres Knæk i Spændarmeringens Tyngdepunktskurve ved nogle Knudepunkter, hvorved der her opstaar Enkeltkræfter. Disse vil i Rammer med fast Knudepunktsfigur og faste (uelastiske) Understøtninger fremkalde visse (forholdsvis uvæsentlige) Ændringer i Stængernes Normalkræfter. Den tilsvarende Indflydelse paa Momentfordelingen vil almindeligvis være forsvindende.

Betegnes Kraften i Spændarmeringselementet  $N_a$ , svarer den lineære Transformation til, at Knudepunktet paaføres to modsat drejende

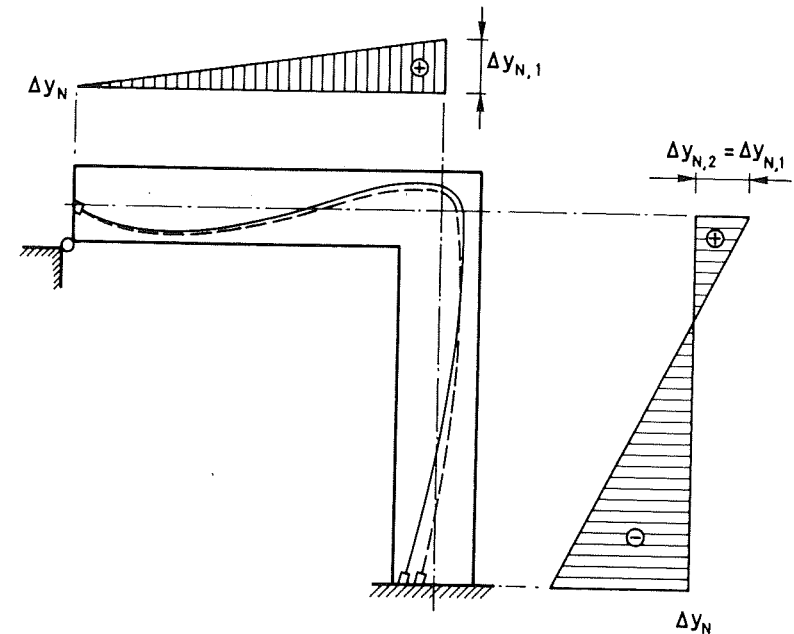


Fig. 14.3.1

de Momenter af Størrelsen  $N_a \Delta y_N$ , hvilket ikke fremkalder Momenter i Stængerne.

Krav med Hensyn til minimale Krumningsradier for Spændarmeringen medfører, at de nævnte Knæk i Spændarmeringens Tyngdepunktskurve faktisk maa udformes som Kurver (Afrundinger). Dette medfører en Ændring af de Kræfter, hvormed Spændarmeringen paavirker Betonen inden for de Strækninger af Spændarmeringen, som svarer til disse Afrundinger af Knækkene. Resultanterne af disse Kræfter vil dog i begge Tilfælde være bestemt af Kræfterne i Spændarmeringen og de til den lineære Transformation svarende Vinkelændringer i Knudepunkterne. Afrundingerne vil derfor svare til, at der lokalt i Knudepunkterne paaføres Konstruktionen et Kraftsystem i Li-gevegt, og dette medfører i Henhold til Saint-Venants Princip i det

væsentlige kun lokale Spændingsomlejring.

Omfatter Rammekonstruktionen statisk bestemte Dele, f. Eks. udkragede Bjælker, er Bøjningsmomenterne i disse Dele afhængige af Spændarmeringens Placering (jfr. SB, Afsnit 2.13) og saaledes ikke uafhængige af en Transformation af Forspændingen, som berører saadanne Dele af Konstruktionen.

Omfatter Transformationen af Forspændingen Flytninger af Forankringer, svarer dette til, at der paaføres Konstruktionen ydre Momenter, hvilket almindeligvis medfører Ændringer i Konstruktionens Momentfordeling. En Undtagelse herfra danner de Tilfælde, hvor de paagældende Forankringer er placerede ved Konstruktionens eventuelle faste Indspændinger, idet de tilsvarende Momenter i saa Fald optages alene af disse Indspændinger uden at paavirke Konstruktionens Momentfordeling.

### 14.3.2 Brudstadiet

For en Spændbeton-Ramme med fast Knudepunktsfigur afhænger Konstruktionens Bæreevne (Brudlast) almindeligvis af en Stangs Flydemomenter i tre Punkter: Stangens to Knudepunkter og et mellemliggende Punkt af Stangen. En lineær Transformation af Forspændingen kan medføre en Ændring af disse Flydemomenter, men disse Ændringer svarer i Henhold til SB, Ligning (2.21.11-13) til en tilsvarende Flytning af Bøjningsmomentkurvens Slutlinie, hvilket er uden Indflydelse paa den Fagbelastning, Stangen kan optage i Brudtilstanden.

### 14.3.3 Konklusion

For Spændbeton-Rammer med fast Knudepunktsfigur og faste Understøtninger har en lineær Transformation af Forspændingen, som ikke omfatter statisk bestemte Dele af Konstruktionen eller Forankringer - bortset fra Forankringer ved faste Indspændinger - ingen væsentlig Indflydelse hverken paa Konstruktionens Momentfordeling i det urevnede Stadium eller paa dens Bæreevne.

### Eksempel Nr. 14.3.1

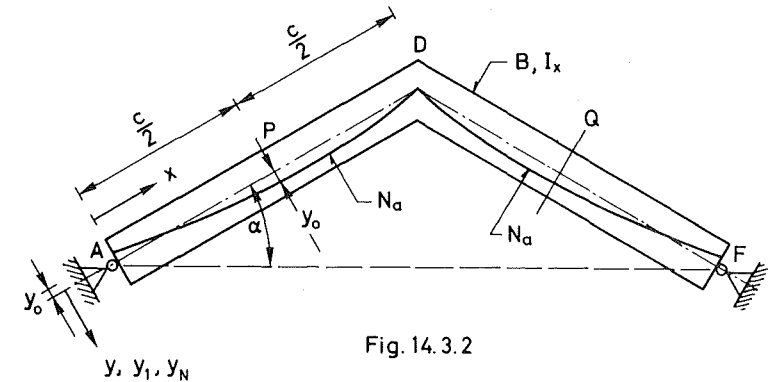


Fig. 14.3.2

En plan, lodret, symmetrisk 2-Charniers Spændbetonramme bestaar af to prismatiske Bjælker AD og DF, der er stift forbundne i D. I Punkterne A og F har Rammen faste, simple Understøtninger. Rammen er symmetrisk baade om et Plan gennem A, D og F og om et Plan gennem D vinkelret paa Linien AF. Hver af de to Bjælker har Længden  $c$ . Vinklen DAF betegnes  $\alpha$ .

Rammen forspændes ved Hjælp af en Spændarmering, som antages at have den samme Forspændingskraft  $N_a$  langs hele Spændarmeringens Længde.

Spændarmeringens Excentricitet  $y_N$  maalt vinkelret paa Bjælkerens Systemlinie og regnet positiv nedad er  $-y_0$  ved Punkterne A og F; Nul ved Punkt D og  $+y_0$  ved Bjælkerens Midtpunkter P og Q. I hver Rammehalvdel følger Spændarmeringens Tyngdepunktslinie en Andengradsparabel.

I hver af Bjælkerne er Spændarmeringens Vinkel med Systemlinien saa lille, at dens cosinus kan regnes = 1, svarende til at  $y_0/c$  kan regnes at være forsvindende i Forhold til 1.

Det antages, at de af Normalkræfterne fremkaldte Ændringer af Bjælkerens Længder er saa smaa, at deres Indflydelse paa Momentfordelingen kan negligeres. Det antages, at Betonens Trækstyrke ikke overskrideres, at Hooke's Lov gælder, og at plane Normalsnit for-

bliver plane.

Arealet af et Normalsnit i Bjælkerne betegnes  $B$  og dets Inertimoment om vandret Tyngdepunktsakse  $I_x$ .

De af Forspændingen fremkaldte Betonspændinger  $\sigma'_b$  i et vilkaarligt Normalsnit i venstre Rammehalvdel i Afstanden  $x$  fra  $A$  og i en vilkaarlig Afstand  $y_1$  fra Systemlinien ønskes beregnet. Afstanden  $y_1$  maales vinkelret paa Systemlinien, positiv nedad.

Da Rammen har fast Knudepunktsfigur, er det uden Indflydelse paa Momentfordelingen, hvis der foretages en lineær Transformation af Spændarmeringen svarende til, at  $y_N$  ved  $D$  ændres til  $-y_0$ . Efter denne Transformation er  $y_N$  ved  $P$  og  $Q$  reduceret til  $\frac{1}{2}y_0$ .

Som Hovedsystem vælges den Ramme, der dannes ved at indføre et Charnier i  $D$ . For hver af denne Rammes to Halvdele svarer Bøjningsmomenterne  $M_0$  til Momentfordelingen i en i begge Ender fast indspændt, prismatisk Bjælke med en ensformigt fordelt Belastning. I det valgte Hovedsystem er derfor  $\delta_{a0} = 0$ , d.v.s.  $X_a = 0$ , hvorefter følger, at de søgte Spændinger i 2-Charniers Rammen i Fig. 14.3.2 er identiske med de Spændinger, som fremkaldes i det valgte Hovedsystem af den angivne transformerede Forspænding. Da Forspændingens Excentricitet ved Transformationen er ændret til

$$y_N = -y_0 \left[ 1 - 6 \frac{x}{c} \left( 1 - \frac{x}{c} \right) \right]$$

bliver

$$\sigma'_b = \frac{N_a}{B} - \frac{N_a y_0 y_1}{I_x} \left[ 1 - 6 \frac{x}{c} \left( 1 - \frac{x}{c} \right) \right]$$

Denne Spændingsfordeling er saaledes uafhængig af Størrelsen af Vinklen  $\alpha$ . Dette gælder dog ikke for meget smaa Værdier af  $\alpha$ , idet Forudsætningen om, at Rammen har ubevægelig Knudepunktsfigur, ikke er opfyldt for  $\alpha = 0$ . I dette Grænsetilfælde ændres Rammen til en prismatisk Bjælke.

### Eksempel 14.3.2

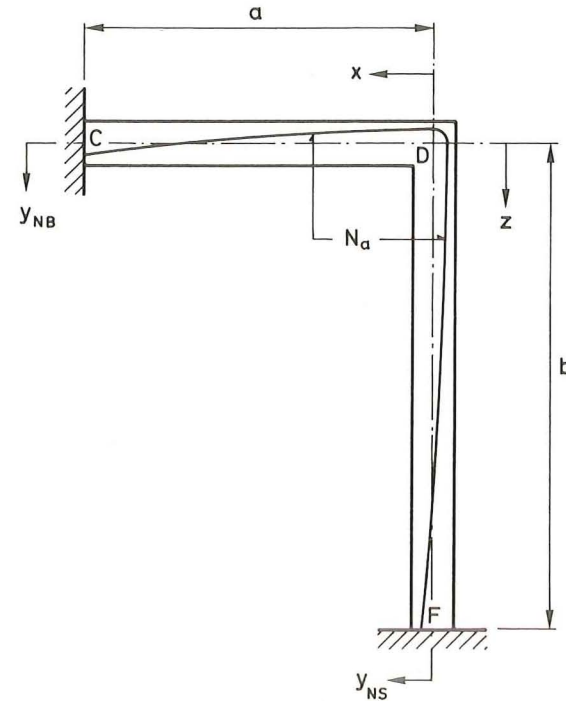


Fig. 14.3.3

Den i Figuren viste plane Spændbetonramme består af en Bjælke  $CD$  og en Søjle  $DF$ , som er stift forbundne ved  $D$  og stift indspændte ved  $C$  og  $F$ . Rammen er symmetrisk om Figurens Plan. Bjælken har Længden  $a$  og Søjlen Længden  $b$  maalt langs Tyngdepunktslinien. De er prismatiske, har samme Tværsnit og antages lineær-elastiske.

Rammen paavirkes af Kræfter fra en Spændarmering, som antages at have samme Kraft  $N_a$  i alle Normalsnit baade i Bjælke og Søjle. Spændarmeringens Tyngdepunktslinie har varierende Excentricitet. I Bjælken er denne

$$y_{NB} = c \frac{x^2}{a^2} + \beta x - d$$

og i Søjlen

$$Y_{NS} = c \frac{z^2}{b^2} + \gamma z - d$$

Her betegner  $x$  og  $z$  Normalsnittets Afstand fra  $D$  (se Fig. 14.3.3), og  $c$ ,  $\beta$ ,  $d$  og  $\gamma$  er Konstanter.  $Y_{NB}$  og  $Y_{NS}$  regnes positive mod Rammens Inderside (se Figuren). De af Forspændingen fremkaldte Bøjningsmomenter  $M_B$  i Bjælken og  $M_S$  i Søjlen ønskes bestemt.  $M_B$  og  $M_S$  regnes positive svarende til Tryk i Rammen Yderside.

Der tages kun Hensyn til Momenternes Bidrag til Deformationerne.

Da Rammen har fast Knudepunktsfigur, har en lineær Transformation af Forspændingen ingen Indflydelse paa Bøjningsmomenterne. Dette svarer til, at  $\beta$ ,  $\gamma$  og  $d$  kan gives vilkaarlige, valgte Værdier. Sættes i første Omgang  $d = 0$ , og vælges for  $\beta$  og  $\gamma$  saadanne Værdier, at  $Y_{NB}$  bliver lig med Nul for  $x = a$  og  $Y_{NS}$  lig med Nul for  $z = b$ , faas

$$Y_{NB} = c \frac{x}{a} \left( \frac{x}{a} - 1 \right)$$

og

$$Y_{NS} = c \frac{z}{b} \left( \frac{z}{b} - 1 \right)$$

svarende til Andengradsparabler med  $Y_{NB} = 0$  for  $x = 0$  og for  $x = a$  og  $Y_{NS} = 0$  for  $z = 0$  og for  $z = b$ . For  $x = \frac{1}{2}a$  bliver  $Y_{NB} = -\frac{c}{4}$  og for  $z = \frac{1}{2}b$  bliver  $Y_{NS} = -\frac{c}{4}$ . Parablernes Pihøjder er altsaa  $\frac{c}{4}$ . Adderes sluttelig til  $Y_{NB}$  og  $Y_{NS}$  konstante Bidrag af Størrelsen  $\frac{2}{3} \cdot \frac{c}{4} = \frac{c}{6}$ , faas:

$$Y_{NB} = c \left( \frac{x^2}{a^2} - \frac{x}{a} + \frac{1}{6} \right)$$

og

$$Y_{NS} = c \left( \frac{z^2}{b^2} - \frac{z}{b} + \frac{1}{6} \right)$$

Benyttes som statisk bestemt Hovedsystem den tilsvarende Ramme med Charnierer ved  $C$ ,  $D$  og  $F$ , bliver Momenterne  $M_0$  i Hovedsystemet, svarende til at de Overtallige er lig med Nul:

I Bjælken:

$$M_0 = - N_a Y_{NB}$$

og i Søjlen:

$$M_0 = - N_a Y_{NS}$$

Da dette svarer til Momentfordelingen i den tilsvarende Bjælke og Søjle indspændt i begge Ender og paavirket af en ensformigt fordelt Belastning, vil Kompatibilitetsbetingelserne være opfyldte for de Overtallige lig med Nul. Følgelig bliver

$$M_B = - c N_a \left( \frac{x^2}{a^2} - \frac{x}{a} + \frac{1}{6} \right)$$

og

$$M_S = - c N_a \left( \frac{z^2}{b^2} - \frac{z}{b} + \frac{1}{6} \right)$$

#### 14.4 JERNBETON, SPÆNDBETON OG DELVIS FORSPÆNDT BETON PAAVIRKET TIL FORSKYDNING.

##### 14.41 JERNBETON UDEN FORSPÆNDING

Problemer vedrørende Forskydningspaavirkning af armerede Betonkonstruktioner uden Forspænding er behandlet i "Betonkonstruktioner I" [69-24], Afsnit 7.4 - 7.48 og 9.26. Det i Afsnit 7.47 anførte Forslag til Dimensionering svarer til det seneste - endnu ikke publicerede - Forslag udarbejdet af Normarbejdsudvalget for Betonstatik.

##### 14.42 SPÆNDBETON OG DELVIS FORSPÆNDT BETON

Forskydningspaavirkning af Spændbetonkonstruktioner og delvis forspændte Konstruktioner er et Emne, som i de senere Aar er blevet forsket ad teoretisk og eksperimentel Vej, uden at Problemerne er blevet tilstrækkeligt afklarede. Der kan i denne Forbindelse henvises til følgende Referencer i Litteraturfortegnelsen:

[59- 3] [60- 3] [63- 7] [64-17] [65-14] [65-28] [65-31] [66- 1] [66- 5] [66-23] [67-16] [67-21] [67-36] [68- 1] [68-15] [68-33] [68-43] [69-18] [69-23].

Mange af de fremsatte Forslag til Dimensionering af forspændte Konstruktioner paavirket til Forskydning forekommer at være mere komplicerede, end de foreliggende Forsøgsresultater retfærdiggør.

Det er endnu ikke lykkedes at finde frem til en Teori eller Model, som i tilstrækkelig Grad belyser de komplicerede Spændingsfordelinger, der er Tale om.

Det er paa den anden Side nødvendigt at foreskrive en praktisk Tilnærmelsesmetode, som kan anvendes i en Overgangsperiode, indtil Problemerne er blevet mere afklarede.

Da det forekommer sandsynligt, at de kommende danske Jernbeton-Normer for Konstruktioner uden Forspænding vil indeholde Forskrifter for Dimensionering med Hensyn til Forskydning, som er paa Linie med de i BKI, Afsnit 7.47 angivne, er det rimeligt for de forspændte Konstruktioner at tilstræbe en Metode, som fører til samme Resultat for det specielle Tilfælde, hvor Forspændingen er lig med Nul, idet de ikke forspændte Jernbetonkonstruktioner bør betragtes som et Grænsetilfælde af de delvis forspændte Konstruktioner. Det andet Grænsetilfælde er de fuldstændigt forspændte Konstruktioner.

Det af CEB i [68-15] fremsatte Forslag giver - med visse mindre Modifikationer - en Mulighed for at opfylde disse Betingelser. Dette Forslag er i Overensstemmelse med omfattende Forsøgsresultater.

For den formelle Forskydningsspænding skal her foreslaas indført:

$$\tau_b = \left| \frac{T - Y_p}{z b_0} \right| \quad (14.42.1)$$

T betegner den af Belastningen - multipliceret med Partialkoefficienten - fremkaldte Forskydningskraft.

$Y_p$  er Forskydningskraften hidrørende fra Forspændingen. Den regnes positiv i modsat Retning af T. Almindeligvis vil  $Y_p$  medføre en Reduktion af Forskydningsspændingen. I saa Fald vil det være rimeligt for  $Y_p$  at indføre en Værdi svarende til, at alle Spændingstab fra Svind, Krybning, Relaksation etc. er indtraadt, og at anvende en Partialkoefficient lig med 1,0.

I Tilfælde af, at  $Y_p$  virker til Ugunst, maa det vurderes, hvor smaa Spændingstab, der kan forekomme. Eventuelt kan ses bort fra Spændingstab, og  $Y_p$  multipliceres med en Partialkoefficient lig med 1,1.

I Ligning (14.42.1) betegner  $b_0$  Kropbredden og z Momentarmen. For z kan tilnærmelsesvis regnes

$$z = 0,75 h_t \quad (14.42.2)$$

hvor  $h_t$  betegner Tværsnittets Totalhøjde.

Forskydningsarmeringsforholdet karakteriseres ved Størrelsen

$$\alpha_{to} = \frac{A_t}{b_0 t \sin \alpha} \quad (7.43.7)$$

Her betegner:

t Bøjleafstanden maalt parallelt med Bjælkeaksen.

$A_t$  Summen af Tværsnitsarealerne af de Forskydningsarmeringsstænger, der forekommer paa Længden t, d.v.s. for en enkelt, lukket 2-Snits-Bøjle; To Gange Bøjlearmeringens Tværsnitsareal.

$\alpha$  Vinklen mellem Bøjlen og Bjælkeaksen. For  $\alpha$  kan i Henhold til "Betonkonstruktioner I" (Ligning 7.43.5) anvendes Værdier i Intervallet:

$$45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \quad (7.43.5)^x$$

Med de her anvendte Betegnelser vilde Ritter-Mörsch-Gitter-Analogien (se BKI, Afsnit 7.43) kræve en Forskydningsarmering bestemt ved Udtrykket:

$$\alpha_{to} \sigma_t^* (\cos \alpha + \sin \alpha) \sin \alpha \geq \tau_b \quad (7.43.8)$$

idet  $\sigma_t^*$  angiver Forskydningsarmeringens nominelle Trækbrudsspænding. CEB foreslaar i [68-15] at erstatte Ligning (7.43.8)'s højre Side ( $\tau_b$ ) med Størrelsen:

$$1,1 \tau_b - 1,25 (0,04 \sigma_b^* + 0,08 \sigma_o^*) = 1,1 \tau_b - 0,05 \sigma_b^* - 0,1 \sigma_o^* \quad (14.42.3)$$

x) For at Forskydningsarmeringen kan regnes effektiv for  $\alpha < 90^\circ$ , skal Retningen af Forskydningsarmeringen falde paa samme Side af Bjælkens Normalsnit som Bjælkens 2. Hovedsnit.



Her betegner:

$\sigma_b^*$  Betonens nominelle Trykbrudspænding (svarende til Cylinderstyrken).

$\sigma_o^*$  Betonens Middeltrykspænding i Normalsnittet fremkaldt af Forspændingen.

Faktoren 1,1 til  $\tau_b$  foreslaas her ændret til 1,0 for at opnaa, at Metoden i Grænsetilfældet  $\sigma_o^* = 0$  stemmer med den for ikke forspændte Konstruktioner foreskrevne.

Forskydningsarmeringen vil i saa Fald være bestemt af Udtrykket:

$$\alpha_{to} \sigma_t^* (\cos \alpha + \sin \alpha) \sin \alpha \geq \tau_b - \tau_o - 0,1 \sigma_o^* \quad (14.42.4)$$

idet der for det andet Led i Udtrykket (14.42.3) er indført Betegnelsen  $\tau_o$ . I Grænsetilfældet  $\sigma_o^* = 0$  bliver Ligning (14.42.4) identisk med det i BK I, Ligning (7.47.1) for ikke-forspændte Konstruktioner foreskrevne, hvis der i begge Tilfælde regnes

$$\tau_o = 0,5 \sigma_b^* \quad (7.47.2)$$

hvilket omtrent svarer til CEB's Værdi (0,05  $\sigma_b^*$ ).

Medens der i Konstruktioner med fuldstændig Forspænding normalt ikke vil forekomme Forskydningsarmering i Form af opbøjet Aksialarmering, kan dette tænkes at blive aktuelt i visse delvis forspændte Konstruktioner. I saa Fald regnes som angivet for Jernbeton i BK I i Forbindelse med Ligning (7.47.4). Iøvrigt maa det for delvis forspændte Konstruktioner - som for Jernbeton - anbefales at anvende Bøjler - helst Skraabøjler - fremfor opbøjet Armering.

I Praksis anvendes hovedsagelig Bøjler med  $\alpha = 90^\circ$  eller  $45^\circ$ . I saa Fald reduceres Ligning (14.42.4) til:

$$\alpha_{to} \sigma_t^* = \tau_b - \tau_o - 0,1 \sigma_o^* \quad (14.42.5)$$

For at forebygge Trykbrud i Betonlamellerne mellem Revner bør  $\tau_b$  begrænses. For forspændte Konstruktioner burde i denne For-

bindelse tages Hensyn til Bidrag fra Forspændingen. For at undgaa denne Komplikation foreslaar CEB [68-15], at man ser bort fra dette Bidrag og - til Gengæld - for forspændte Konstruktioner foreskriver:

For  $\alpha = 90^\circ$ :

$$\tau_b \leq \begin{cases} 0,25 \sigma_b^* \\ 45 \text{ kp/cm}^2 \end{cases} \quad (14.42.6)$$

$$(14.42.7)$$

For  $\alpha = 45^\circ$ :

$$\tau_b \leq \begin{cases} 0,30 \sigma_b^* \\ 55 \text{ kp/cm}^2 \end{cases} \quad (14.42.8)$$

$$(14.42.9)$$

For mellemliggende Værdier af  $\alpha$  kan interpoleres lineært.

Forspændingen medfører saaledes en vis Skærpelse af den i BK I, Afsnit 7.47 for Jernbeton foreskrevne Grænse.

$$\tau_b \leq 0,4 \sigma_b^* \quad (7.47.7)$$

Som minimal Bøjlearmering foreskriver CEB [68-15]:

$$\text{For Bøjler af Rundjern: } \alpha_{to} \geq 0,002 \quad (14.42.10)$$

$$\text{For Bøjler af Ribbestaal: } \alpha_{to} \geq 0,0015 \quad (14.42.11)$$

For ogsaa paa dette Punkt at opnaa Overensstemmelse med de for Jernbeton uden Forspænding foreslaaede Regler for minimal Bøjlearmering kan i Stedet anvendes den i BK I, Afsnit 7.47 i Forbindelse med Ligning (7.47.8) og (7.47.9) foreskrevne nedre Grænse (9.2.6.2).

Den maksimale Bøjleafstand kan regnes at svare til Ligning (9.2.6.3) i BK I.

I Henhold til Ligning (9.2.6.2) og (7.43.7) kræves:

$$\alpha_{to} \geq \frac{\sigma_b}{\sigma_t^*} \quad (14.42.12)$$

Ovenstaaende Retningslinier kan konkluderes i følgende:

Procedure for Forskydningsdimensionering:

Momentarmen  $z$  beregnes af Udtrykket:

$$z = 0,75 h_t \quad (14.42.2)$$

Forskydningsspændingen er

$$\tau_b = \frac{|T - Y_p|}{z b_o} \quad (14.42.1)^x$$

Denne Spænding skal opfylde følgende Betingelser:

For  $\alpha = 90^\circ$ :

$$\tau_b \leq \begin{cases} 0,25 \sigma_b^* & (14.42.6) \\ 45 \text{ kp/cm}^2 & (14.42.7) \end{cases}$$

For  $\alpha = 45^\circ$ :

$$\tau_b \leq \begin{cases} 0,30 \sigma_b^* & (14.42.8) \\ 55 \text{ kp/cm}^2 & (14.42.9) \end{cases}$$

For mellemliggende Værdier af  $\alpha$  interpoleres lineært.

$\tau_o$  beregnes af Udtrykket

$$\tau_o = 0,5 \sigma_b^* \quad (7.47.2)$$

Kendes  $\sigma_b^*$  ikke, regnes

$$\sigma_b^* \leq \begin{cases} 0,1 \sigma_b^* & (9.2.6.5) \\ 12 \text{ kp/cm}^2 \end{cases}$$

$\omega_{to}$  beregnes af Udtrykket

$$\omega_{to} \sigma_t^* (\cos \alpha + \sin \alpha) \sin \alpha \geq \tau_b - \tau_o - 0,1 \sigma_o^* \quad (14.42.4)$$

For  $\alpha = 45^\circ$  og  $\alpha = 90^\circ$  kan i Stedet benyttes Udtrykket:

$$\omega_{to} \sigma_t^* \geq \tau_b - \tau_o - 0,1 \sigma_o^* \quad (14.42.5)$$

Iøvrigt kræves

$$\omega_{to} \geq \frac{\sigma_b}{\sigma_t^*} \quad (14.42.12)$$

I denne Ligning indføres følgende Værdier for  $\sigma_b$ :

For rektangulært Tværsnit:

$$\sigma_b = 2 \text{ kp/cm}^2 \quad (7.47.8)$$

For T- og I-Tværsnit:

$$\sigma_b = 3 \text{ kp/cm}^2 \quad (7.47.9)$$

Desuden skal følgende Betingelse være opfyldt:

$$t \leq 0,7 h_t \text{ sec} a \quad (9.2.6.3)$$

$A_t$  eller  $t$  beregnes af Udtrykket

$$\frac{A_t}{t} \geq \omega_{to} b_o \sin \alpha \quad (14.42.13)$$

<sup>x)</sup> Ved variabel Bjælkehøjde erstattes  $T$  med  $T - \frac{M}{z} \frac{dz}{dx}$  (jfr. BK I, Afsnit 7.48)

Taleksempel Nr. 14.42.1

I-Tværsnit

$$h_t = 130 \text{ cm}$$

$$b_o = 20 \text{ cm}$$

$$\sigma_b^* = 140 \text{ kp/cm}^2$$

$$T = 36 \text{ Mp}$$

$$Y_p = 13 \text{ Mp}$$

$$\sigma_o^* = 25 \text{ kp/cm}^2$$

Bøjler T 6 eller T 8

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\sigma_t^* = 4500 \text{ kp/cm}^2$$

Ligning (14.42.2):

$$z = 0,75 \cdot 130 = 97 \text{ cm}$$

Ligning (14.42.1):

$$\tau_b = \frac{36000 - 13000}{97 \cdot 20} = 11,9 \text{ kp/cm}^2$$

Da

$$0,25 \sigma_b^* = 0,25 \cdot 140 = 35 \text{ kp/cm}^2$$

er Betingelserne (14.42.6), (14.42.7) opfyldte.

Da

$$0,1 \cdot \sigma_b^* = 0,1 \cdot 140 = 14 \text{ kp/cm}^2 > 12 \text{ kp/cm}^2$$

er i Henhold til Betingelsen (9.2.6.5):

$$\sigma_b^* = 12 \text{ kp/cm}^2$$

Ligning (7.47.2):

$$\tau_o = 0,5 \cdot 12 = 6 \text{ kp/cm}^2$$

Idet  $\alpha = 90^\circ$ , kræver Betingelsen (14.42.5):

$$\alpha_{to} \cdot 4500 \geq 11,9 - 6,0 - 0,1 \cdot 25 = 3,4 \text{ kp/cm}^2$$

hvoraf

$$\alpha_{to} \geq 0,00076$$

Ligning (14.42.12) og (7.47.9):

$$\alpha_{to} \geq \frac{3}{4500} = 0,00067 < 0,00076$$

Ligning (14.42.13):

$$\frac{A_t}{t} \geq 0,00076 \cdot 20 \cdot 1 = 0,0152 \text{ cm}$$

Ligning (9.2.6.3):

$$t \leq 0,7 \cdot 130 \cdot 1 = 91 \text{ cm}$$

Med Bøjler T 8 med Afstand t = 65 cm bliver

$$\frac{A_t}{t} = \frac{1,01}{65} = 0,0155 \text{ cm}$$

hvorved begge ovenstaaende Betingelser er opfyldte.

14.5 INJEKTION AF SPÆNDARMERINGS-KANALER

Ved efterspændt Beton indpumpes almindeligvis Cementmørtel i de Kanaler, som Spændarmeringen er ført igennem.

Herved opnaas dels en Korrosionsbeskyttelse af Spændarmeringen, dels en effektiv Forbindelse mellem Armering og Beton.

I visse - sjældnere - Tilfælde undlader man at injicere Kanalerne. I saa Fald maa Korrosionsbeskyttelsen opnaas paa anden Vis, for Eksempel ved Galvanisering. Herved hindres Spændarmeringen dog ikke i at kunne bevæge sig i Kanalens Længderetning i Forhold til til Betonen. Kun Friktionen mellem Armeringen og Kanalens Væg modvirker til en vis Grad saadanne Bevægelser.

Dette medfører, at saadanne Konstruktioner i statisk Henseende adskiller sig fra Konstruktioner med effektiv Forbindelse mellem Armering og Beton. Dette er især af Betydning i Brudstadiet, idet Spændarmeringen i disse Tilfælde ikke - eller i hvert Fald i ringere Grad - vil virke revnefordelende (jfr. Kapitel 15).

Konstruktionen har derfor en Tendens til at danne faa Revner, hvis Vidde øges tilsvarende hurtigere, naar Belastningen stiger, hvilket medfører en Reduktion af Brudmomentet.

Den Forbindelse mellem Armering og Beton, som etableres ved Injektionen, skaber desuden Mulighed for, at Armeringen ved Enderne kan hindres i at bevæge sig i Forhold til Betonen, hvis den normale Forankring skulde svigte.

Dette kan blandt andet være af Betydning for dynamisk paavirkede Konstruktioner med Kileforankringer, hvilket demonstreredes ret dramatisk ved et Jordskælv i Anchorage, Alaska. En Del Spændbetonkonstruktioner var her udført uden Injektion, og ved de dynamiske Paavirkninger, som Jordskælvet medførte, løsnedes mange af Forankringskilerne, hvilket resulterede i, at Forankringskiler udslyngedes med stor Kraft som Projektiler og trængte ind i fjerntliggende Bygningskonstruktioner.

FIP (Fédération Internationale de la Précontrainte) og RILEM (Réunion Internationale des Laboratoires d'Essais et de Recherches sur les Matériaux et les Constructions) har udarbejdet Rekommandationer for Injektion af Spændarmerings-Kanaler [63-13]. Disse har dannet Grundlag for nedenstaaende Retningslinier, idet der dog er indført Revisioner paa en Række Punkter, hvor FIP-RILEM's Forskrifter forekom uhensigtsmæssige.

Iøvrigt henvises til følgende Referencer i Litteraturfortegnelsen:

[57- 4] [61- 7] [63-12] [63-13].

#### 14.51 MØRTELENS EGENSKABER

Vand/Cement-Tallet skal være saa lavt, som Hensynet til Pumpeligheden tillader. Det anbefales at foretage Kontrolmaaling af Fluiditeten paa Byggepladsen.

Mørtelens Vandseparation ved 18° C maa efter 3 Timer maksimalt være 4% og bør saa vidt muligt holdes under 2%. Desuden skal det udskilte Vand være absorberet efter 24 Timer. Vandseparationen skal maales i en Metal- eller Glas cylinder med ca. 40 cm indvendig Diameter, og Højden af Mørtelprøven skal være ca. 40 cm. Cylinderen skal under Prøven tildækkes for at hindre Fordampning.

#### 14.52 MATERIALER

Cementen skal være almindelig Portland-Cement eller hurtighærdnende Portland-Cement. Cementen maa ikke indeholde Kalciumklorid.

Ved Kanaler med stort Tværsnit kan anvendes Tilsætning af Tilslag i Form af Kvartsmel, Tras, fint Sand eller lignende. Tilsætningsmidler kan anvendes, hvis det ved Prøvning er paavist, at de forbedrer Mørtelens Egenskaber, for Eksempel ved at øge Pumpeligheden, reducere Vandseparationen, bevirke Luftindblanding eller gøre Mørtelen ekspanderende. Tilsætningsmidlerne maa ikke indeholde Klorider eller Nitrater og maa ikke medføre en uhindret Ekspansion større end 10%.

#### 14.53 MØRTELENS BLANDING

Cement og eventuelle Tilslag til Mørtelen skal afmaales ved Vejning.

Mørtelblanderens skal kunne fremstille en Mørtel af ensartet (om muligt kolloidal) Konsistens.

Vandet skal først tilføres Blanderens, derefter Cementen og eventuelt Tilslag. Eventuelle Tilsætningsmidler skal først tilføres under den sidste Halvdel af Blandingstiden.

Blandingstiden afhænger af den anvendte Type af Blander, men ligger normalt mellem 2 og 4 Minutter.

Haandblanding bør ikke anvendes.

#### 14.54 INJEKTIONENS UDFØRELSE

Efter at Mørtelen er blandet, skal den holdes i stadig Bevægelse. Det er vigtigt, at Mørtelen ikke indeholder Klumper.

Kanalerne skyldes med Vand kort før Injektionens Udførelse. For Kanaler, hvis Vægge bestaar af Beton, er det vigtigt at sikre, at disse er gennemfugtede før Injektionens Paabegyndelse.

Indpumpning af Mørtelen i Kanalerne skal udføres som en jævn Strøm uden Afbrydelser. Mørtelens Hastighed i Kanaler med

mindre end 10 cm Diameter skal ligge mellem 6 og 12 m/Minut ved et Tryk paa maksimum 10 Atmosfærer.

Pumpen skal være forsynet med en effektiv Sikring mod, at der opstaar et for stort Tryk.

Det maksimalt tilladelige Tryk afhænger af Kanalens Tværprofil og Tykkelsen af den omgivende Beton.

Injektion ved Hjælp af Trykluft bør ikke anvendes.

Ved Kanaler med stort Tværsnitsareal kan det være nødvendigt at foretage en supplerende Indpumpning ca. 2 Timer efter den første Indpumpning.

Indpumpningen skal fortsættes, indtil den Mørtel, som pumpes ud ved Kanalens anden Ende eller gennem Udluftningsrør, svarer til Konsistensen af den indpumpede Mørtel.

Forbindelsen mellem Injektionsrøret og Kanalen skal være tæt.

Umiddelbart efter Indpumpninger skal Kanalen lukkes i begge Ender. Om fornødent skal der senere foretages en supplerende Fyldning af Kanalen.

#### 14.55 KANALER

Bratte Variationer i Kanalernes Retning eller Tværnit skal om muligt undgaas.

Udluftningsrør kan anbringes ved Kanalernes Højdepunkter.

#### 14.56 INJEKTION I KOLDT VEJR

I Frostvejr skal Injektion udsættes, med mindre der træffes særlige Forholdsregler.

Hvis det er sikkert, at Konstruktionens Temperatur i de følgende 48 Timer ikke bliver lavere end 5° C, kan Injektionen foretages med en frostsikker Mørtel indeholdende 6-10% indblandet Luft.

Hvis det er sandsynligt, at der vil indtræffe Frost inden 48 Timer, maa Konstruktionen opvarmes, og en Temperatur paa mindst 5° C maa sikres mindst de første 48 Timer efter Injektionen.

Efter en Frostperiode maa man sikre sig, at Kanalerne er

fri for Frost og Is, før Injektionen paabegyndes, for Eksempel ved Skylning med varmt Vand (ikke med Damp).

#### 14.6 SIKKERHEDSFORANSTALTNINGER VED OPSPÆNDING

Ved Opspændingen tilfører man Spændarmeringen en betydelig, potentiel Energi, hvilket indebærer en Risiko for Ulykker, hvis Energien pludselig udløses, saa Dele af Spændarmeringen eller Forankringerne udslynges med stor Kraft. Dette kan for Eksempel indtræffe paa Grund af Brud i Armering eller Forankringer eller Glidning af Laasekiler. Faren er størst under Opspændingen, men ogsaa i den følgende Periode, indtil Armeringen er fastholdt af den omgivende Beton eller Injektionsmørtel, maa man udvise Forsigtighed. Den mest fundamentale Sikkerhedsregel gaar ud paa, at man aldrig bør befinde sig bag Donkraften under Opspændingen, d.v.s. i Flugt med Spændarmeringen, da der er stor Risiko for, at der udslynges løsevne Dele i denne Retning.

Ved ensidig Opspænding gælder den tilsvarende Regel ogsaa ved den passive Forankring.

The Concrete Society, London, har udarbejdet nogle Anvisninger paa, hvilke Sikkerhedsforanstaltninger man bør træffe for at forebygge Arbejdsulykker i Forbindelse med Opspænding. Disse er gengivet i Appendiks Nr. 5 bagest i nærværende Bog.

15 REVNEVIDDER

Revner i armerede Betonkonstruktioner kan indebære en Risiko for Korrosion af Armeringen og øget Fare for Frostbeskadigelser og kemiske Angreb paa Betonen. Desuden kan de virke skæmmende paa Betonens Udseende.

Der kan derfor være Grund til - alt efter Omstændighederne - at begrænse Revnevidderne.

Vort Kendskab til, hvor store Revnevidder man bør tillade under Hensyn til det Milieu, Konstruktionen forventes at komme til at befinde sig i, er saa mangelfuldt, at man maa indskrænke sig til at foreskrive visse Grænseværdier, som erfaringsmæssigt forekommer passende. Problemet kompliceres ved, at Armeringens Korrosionsrisiko formentlig afhænger i højere Grad af Revnevidderne ved Armeringen end af Revnevidderne ved Betonens Overflade, medens langt den overvejende Del af Forsøgsresultater og Maalinger paa udførte Konstruktioner kun giver Oplysning om Revnevidderne ved Betonens Overflade. Man har dog ved nogle Forsøg [66-22] maalt Revnevidder baade ved Betonoverfladen og ved Armeringen ved at injicere Plastic i Revnerne og opskære Betonen med Diamantsav, efter at denne Plastic var hærdet. Det konstateredes herved, at Revnevidderne ved Betonoverfladen og ved Armeringen var omtrent ens ved smaa Spændinger i Armeringen, medens Revnevidderne ved store Armeringspændinger var 2 à 3 Gange saa store ved Betonoverfladen som ved Armeringen.

Ud fra vort begrænsede Erfaringsmateriale synes det rimeligt at foreskrive følgende Værdier for de maksimalt tilladelige Revnevidder ved Betonoverfladen:

For Konstruktioner, som ikke er udsat for fugtig eller aggressiv Atmosfære:	0,3 mm
For Konstruktioner, som er udsat for fugtig, ikke aggressiv Atmosfære:	0,2 mm
For Konstruktioner udsat for Atmosfære med moderat Aggressivitet saasom Røg eller Havgus:	0,1 mm
For Konstruktioner i udpræget aggressivt Milieu saasom Havvand, svovlholdig Røg, kemisk aggressiv Atmosfære etc. bør Revner undgaas.	

Naar en armeret Betonkonstruktion belastes, kan der, hvis den ikke er fuldstændig forspændt, opstaa Betontrækspændinger i visse Dele af Konstruktionen (Trækzonerne). Hvis disse Spændinger naar op til Betonens Trækstyrke, opstaa der Revner i Betonen. Efter at Revnerne er opstaaet, antages Konstruktionens Ligevægt sikret af en Armering, som her for Simpelhedens Skyld antages at forløbe vinkelret paa Revnerne.

Idet Revnerne dannes, øges Trækspændingen i Armeringen ved Revnerne. Paa Strækningerne mellem Revnerne er Spændingen i Armeringen noget mindre, idet Forbindelsen mellem Armeringen og Betonen bevirker, at en Del af Trækket overføres til Betonen. Dette medfører, at der optræder Betontrækspændinger i Snit vinkelret paa Armeringen mellem to Naborevner. I de tilsvarende Snit ved Revnerne er Betonspændingerne lig med Nul. Øges Belastningen, stiger Betontrækspændingerne mellem Revnerne, hvilket kan fremkalde flere Revner, d.v.s. Revneafstanden reduceres.

Bibeholdes Belastningen uændret eller foretages Aflastning og gentagen Belastning, kan nye Revner opstaa.

Betegnes Afstanden mellem to Naborevner  $\Delta l$ , Betonens Tøjning  $\epsilon_b$  og Armeringens Tøjningstilvækst ud over den Tøjning, den havde, da Betonspændingen var lig med Nul,  $\Delta\epsilon_a$ , bliver Revnevidden

$$w = \Delta l (\Delta\epsilon_a - \epsilon_b) \quad (15.1)$$

idet  $\epsilon_a$  og  $\epsilon_b$  svarer til Gennemsnitsværdier over Længden  $\Delta l$ .

Da  $\epsilon_b$  efter gentagne Belastninger og Aflastninger kan antages at være lille i Forhold til  $\Delta\epsilon_a$ , kan tilnærmelsesvis og paa den sikre Side regnes

$$w = \Delta l \cdot \Delta\epsilon_a \quad (15.2)$$

Muligheden for at faa overført Kræfter fra Armering til Beton øges med Kontaktarealet mellem Armering og Beton. Revneafstanden  $\Delta l$  mindskes derfor med voksende Værdier af  $\Sigma\phi$ , idet  $\phi$  betegner Diameteren af Armeringsstængerne - eventuelt Spændarmringstraade eller strands (Liner).

Armeringens Overfladeform er tillige af Betydning. Denne vil her blive karakteriseret med Bogstavsymbolet  $a$ , som regnes lig med 1 for Rundjern og uprofileret Traad, medens der for Ribbestaal og lignende regnes med tilsvarende mindre Værdier. Revneafstanden maa saaledes antages at tiltage for voksende Værdier af  $a$ .

Muligheden for at fremkalde en ny Revne mellem to eksisterende Naborevner maa mindskes, naar det Betontværsnitsareal, i hvilket Revnen skal opstaa, øges. Revneafstanden maa derfor øges med dette Areal. Det paagældende Areal skal i denne Forbindelse komme til Udtryk som det største Betontværsnit  $B_0$ , hvis Tyngdepunkt falder sammen med Trækarmoringens Tyngdepunkt (se Fig. 15.1), hvor Arealet  $B_0$  er markeret med Raster.

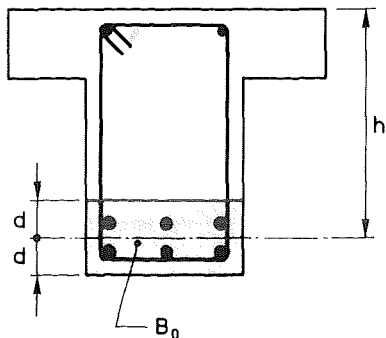


Fig. 15.1

Naar Dæklaget, d.v.s. Afstanden  $c$  mellem Armeringens Overflade og nærmeste Betonoverflade, vokser, øges Muligheden for, at lokale Revner ved Armeringens Overflade ikke forplanter sig til Betonens Overflade.

Revneafstanden  $\Delta l$  maa saaledes formodes at vokse med tiltagende Værdier af  $a$ ,  $B_0$  og  $c$  og med aftagende Værdier af  $\Sigma\phi$

Dr. Åke Holmberg og Civilingeniør Sten Lindgren har paa Basis af en omfattende, endnu ikke publiceret Undersøgelse fundet, at

denne Sammenhæng kan karakteriseres ved Udtrykket:

$$\Delta l = 6 + a \sqrt{\frac{c B_0}{\Sigma\phi}} \quad (15.3)$$

idet  $\Delta l$  betegner Gennemsnitsrevneafstanden i cm.  $B_0$  indføres i  $\text{cm}^2$  og  $c$  og  $\Sigma\phi$  i cm.

Størrelsen  $B_0$  er defineret i Forbindelse med Fig. 15.1 ovenfor.  $B_0$  skal dog maksimalt regnes lig med  $3/4$  af Tværsnitsarealet af Trækzonen, d.v.s. af Arealet under Nullinien.

Hvis Tværsnitsarealet  $A$  af Trækarmoringen er lille i Forhold til  $B_0$ , kan den ikke regnes at sikre, at Revneafstanden begrænses til den i Ligning (15.3) angivne Værdi. Denne Ligning bør derfor kun regnes at være gyldig for

$$A > 0,01 B_0 \quad (15.3,a)$$

For  $a$  er fundet følgende Størrelser:

Rundjern og uprofileret Traad:	$a = 1,0$
Ribbestaal:	$a = 0,8$
Strands (Liner):	$a = 0,8$
Armering i Kabelrør:	$a = 1,5$

Maalinger af Revneafstande og Revnevidder viser, at disse Størrelser er behæftet med stor Spredning. Variationskoefficienten  $\delta$  er af Størrelsesorden 0,2. Ud over de mange Faktorer, der medfører Spredning i andre af Betons Egenskaber, kommer i denne Sammenhæng yderligere det Forhold, at den maksimale Betontrækspænding mellem to Naborevner kan være nær ved Trækstyrken, saaledes at ganske smaa Forskelle i Spænding eller Styrke kan blive afgørende for, om der opstaaer endnu en Revne, hvorved Revneafstanden halveres.

Man maa derfor gøre sig klart, at Formler for Revneafstande og Revnevidder fører til Resultater, som er behæftet med stor Usikkerhed.

Der er af samme Grund stor Forskel paa Gennemsnitsværdierne og Maksimalværdierne af baade Revneafstande og Revnevidder. Da det er de maksimale Revnevidder, som maa anses for udslaggivende for saa vidt angaar Armeringens Korrosionssikkerhed etc., og da Ligning (15.3) svarer til Gennemsnitsværdien plus 2 Gange Spredningen, bør der ved Beregning af de maksimale Revnevidder indføres en Faktor, som i Henhold til Holmberg og Lindgren kan ansættes til 1,7.

Dette i Forbindelse med Ligning (15.2) og (15.3) fører til følgende Udtryk for den maksimale Revnevidde:

$$\text{Maks } w = 1,7 \Delta \epsilon_a \left( 6 + a \sqrt{\frac{c B_o}{\Sigma \Phi}} \right) \quad (15.4)$$

Dette Udtryk gælder for Jernbeton uden Forspænding og for delvis forspændt Beton. For fuldstændig forspændt Beton skulde der principielt ikke forekomme Revner.

Ved Beregning af Revnevidder søger man en sandsynlig Værdi. Belastningens Partialkoefficienter sættes derfor i denne Sammenhæng lig med 1,0.

Tilsvarende beregnes  $\Delta \epsilon_a$  ud fra den karakteristiske Arbejdslinie - ikke den nominelle.

For Jernbetonbjælker uden Forspænding kan Armeringens Spænding tilnærmet beregnes ud fra den til nominel Brudlast svarende Værdi (kendt fra Dimensionering eller Eftervisning af Bæreevne) ved Nedproportionering i Forholdet: Faktisk Bøjningsmoment til nominelt Bøjningsmoment. Den resulterende Spænding falder oftest i det elastiske Omraade, saa at

$$\Delta \epsilon_a = \epsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a} \quad (15.5)$$

For videregaaende Studium af Revneproblemerne henvises til følgende Referencer i Litteraturfortegnelsen:  
[59-1] [65-26] [66-22] [66-27] [66-30] [68-26] [68-39] [68-42]  
[68-47] [69-10] [69-15] [69-28] [69-31].

#### Taleksempel Nr. 15.1

Det i Taleksempel 7.32.6 og 7.32.7 behandlede Tværsnit antages paavirket af følgende Bøjningsmomenter:

$$\begin{aligned} \text{Fra hvilende Last} \quad M_g &= 40 \text{ Mpm} \\ \text{Fra bevægelig Last} \quad M_q &= 40 \text{ Mpm} \\ \text{Ialt } M &= 80 \text{ Mpm} \end{aligned}$$

Med partialkoefficienter  $\gamma_g = 1,0$  for hvilende og 1,5 for bevægelig Last faas det nominelle Bøjningsmoment paa 100 Mpm, som er forudsat i Taleksempel 7.32.6

$$\sigma_a = \frac{80}{100} \cdot 4720 = 3770 \text{ kp/cm}^2$$

$$\Delta \epsilon_a = \frac{3770}{2,1 \cdot 10^6} = 1,8 \cdot 10^{-3}$$

$$y = 0,392 \cdot 84 = 33 \text{ cm}$$

$$x = \frac{4}{3} \cdot 33 = 44 \text{ cm}$$

$$h_t - x = 90 - 44 = 46 \text{ cm}$$

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$B_o = 2 \cdot 6 \cdot 45 = 540 \text{ cm}^2 < \begin{cases} 100 A = 3142 \text{ cm}^2 \\ 45 \cdot 46 = 2070 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$c = 3 \text{ cm}$$

$$\Sigma \Phi = 10 \cdot 2 = 20 \text{ cm}$$

$$a = 0,8$$

Ligning (15.3):

$$\Delta l = 6 + 0,8 \sqrt{\frac{3 \cdot 540}{20}} = 13,2 \text{ cm}$$

Ligning (15.4):

$$\text{Maks } w = 1,7 \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 13,2 = 0,040 \text{ cm} = 0,4 \text{ mm}$$



16 DEFORMATIONER16.1 MOTIVER FOR BEGRÆNSNING AF DEFORMATIONER

Det mest fundamentale Krav ved Udformning af bærende Konstruktioner er, at disse opnaar den fornødne Bæreevne eller Brud-sikkerhed samtidig med, at de økonomiske Hensyn tilgodeses.

Desuden maa man forlange, at Konstruktionen opfylder visse Funktionskrav under Brugslast. Dette kan blandt andet indebære Krav om maksimale Revnevidder (se Kapitel 15) og Deformationer.

I bærende Konstruktioner fremkalder Belastning, Temperaturændringer etc. Deformationer. For armerede Betonkonstruktioner drejer det sig ikke alene om elastiske Initialdeformationer - ogsaa Betonens Svind og Krybning samt Revnedannelsen bidrager til Deformationerne. Ved forspændte Konstruktioner kan Forspændingen yde et væsentligt Bidrag, der ofte kan afpasses saaledes, at det delvis kompenserer Bidrag fra Nyttelasten (især den hvilende). For disse Konstruktioner har Spændarmeringens Relaksation ogsaa Indflydelse paa Deformationerne.

Nedbøjning af Bjælker og Plader i Jernbetondæk (Etageadskillelser og Tage) kan medføre Skader, for Eksempel i Form af Revner eller lokale Knusninger i Skillerum, Facadeelementer etc. over eller under Dækket og Revner i Loftbeklædning og lignende. Bevægelige Bygningslementer saasom Døre, Porte og Vinduer kan komme til at klemme, og mekaniske Installationer - for Eksempel en Kørekran monteret tæt under Dækket - kan kollideres med Dele af Dæk-konstruktionen.

Deformationer af en Bærende Konstruktion kan bringe dennes eller tilgrænsende Konstruktioners Bæreevne i Fare, hvis der foreligger Risiko for Instabilitet af en Konstruktionsdel, for Eksempel Udknækning af Søjler (se Afsnit 7.5) og Kipping af Bjælker.

Vinkeldrejninger af en Bjælke kan medføre Skader i de Konstruktioner, som understøtter Bjælken.

I nogle Tilfælde kan Bygningskonstruktionens Anvendelse motivere Funktionskrav med Hensyn til Konstruktionernes Stivhed. Dette kan for Eksempel være Tilfældet, hvis der skal monteres maskinelle Installationer, der er følsomme for Deformationer.

For Dæk - specielt Tage - der er udformet med Fald

med Henblik paa at etablere Afledning af Overfladevand, kan Nedbøjninger give Anledning til Vanskeligheder med Afvandingen. For store Nedbøjninger kan desuden skæmme en Konstruktions Udseende.

I de ovennævnte Tilfælde af Gener foraarsaget af Konstruktionernes utilstrækkelige Stivhed er der hovedsagelig tænkt paa Deformationer svarende til en statisk virkende Last. For ringe Stivhed kan tillige bevirke, at Konstruktionens Svingninger under dynamisk Belastning skaber Problemer for Eksempel i Form af Gener for Personer, der opholder sig i Bygningen, eller for sensitive Maskininstallationer.

Der er i disse Aar en Tendens i Retning af at benytte slanke-re Betonkonstruktioner. Dette hænger sammen med Udnyttelsen af højere Beton- og Armeringsstyrker i Forbindelse med Brudstadiet Dimensionering, Anvendelse af lette, præfabrikerede Elementer og eventuel Forspænding. Ved præfabrikerede Konstruktioner anvendes Kontinuitet i Samlingerne i ringere Udstrækning end ved monolitiske Konstruktioner støbt paa Stedet, hvilket ogsaa medfører større Deformationer. Dette har bevirket, at Deformationsproblemerne har faaet øget Aktualitet.

Konstruktioners Stivhed kan forøges ved Anvendelse af større Tværsnit - især større Konstruktionshøjder. Dette kan medføre en Fordyrelse paa Grund af Omkostninger til Materialer og Forme. For præfabrikerede Konstruktioner stiger tillige Omkostninger i Forbindelse med Transport og Montage. I Etagebyggeri er den fri Højde mellem Overside, Gulv og Underside af overliggende Bjælke afgørende for Udnyttelsen, saa at større Konstruktionshøjde medfører større Totalhøjde af Bygningen. For Broer medfører lignende Hensyn Fordyrelser - for Eksempel øget Pris for Tilkørselsramper. Endelig er store Konstruktionshøjder ofte uønskede af Hensyn til Udseendet.

En Del af de nævnte Gener fra Deformationer kan undgaas uden Øgning af Konstruktionens Stivhed.

I visse Tilfælde kan dette opnaas ved at udforme Konstruktionen med en passende Forhaands-Pil ved Støbningen. Forspænding kan som nævnt udnyttes til at modvirke Nedbøjninger. Man kan eventuelt forebygge Gener fra Deformationerne ved at sikre passende Tolerancer - rigeligt Fald paa Tage etc., øget fri Højde af Hensyn til Kra-

ner og lignende, som skal kunne passere under Konstruktionen, Udformning af Fuger mellem Konstruktionen og sensitive Bygningskomponenter - for Eksempel skøre Skillevægge - saa at Deformationer ikke medfører Gener.

Nedbøjninger kan reduceres ved at vente med at belaste Konstruktionen, til Betonen har opnaaet en stor Styrke, hvorved især Krybningen mindskes. Dette gælder ikke mindst Egenvægtsbelastningen, hvorfor det kan være formaalstjenligt at udsætte Fjernelsen af de midlertidige Understøtninger for Støbeformen.

Man kan tilstræbe først at indbygge Skillevægge og lignende, efter at en væsentlig Del af Deformationerne - især fra Svind og Krybning - har fundet Sted.

I nogle Tilfælde foreskrives en maksimalt tilladelig Nedbøjning som en vis Brøkdel af Spændvidden. Dette er ikke altid rationelt, idet det kan være Nedbøjningens absolutte Størrelse, som er afgørende. Metoden har snarere Berettigelse i Tilfælde af, at det er Vinkeldrejningerne, der er kritiske.

I andre Tilfælde foreskrives af Stivhedshensyn minimale Konstruktionshøjder som en vis Brøkdel af Spændvidden, hvilket er særdeles bekvemt ved Dimensioneringen; men Princippet er bortset herfra endnu mere uhensigtsmæssigt end det førstnævnte.

For at give et Grundlag for Vurderingen af de Gener, Deformationer medfører i Praksis, er i Tyskland gennemført en Indsamling af Erfaringsmateriale vedrørende Bygningskader som Følge af Jernbetonkonstruktioners Nedbøjning [66-26].

Paa Basis af et amerikansk Komité-Arbejde er afgivet en Rapport [68-7] vedrørende tilladelige Nedbøjninger.

I Stedet for at basere Dimensioneringen paa visse konventionelle Forskrifter maa man hellere i hvert enkelt Tilfælde overveje, om Konstruktionens Deformationer kan afstedkomme Gener og - i givet Fald - bedømme, hvilke Stivhedskrav man maa stille til Konstruktionen. Hvis disse Funktionskrav skønnes at komme i Strid med andre Hensyn - saasom Økonomi, begrænsede disponible Konstruktionshøjder etc. - kan det overvejes, om det formulerede Stivhedskriterium kan elimineres - subsidiært modificeres - ved at træffe én eller flere af ovennævnte Forholdsregler.

Naar Stivhedskravet saaledes er formuleret, kan det tages i Betragtning ved Dimensioneringen, idet man ved en mere eller mindre tilnærmet Nedbøjningsberegning sikrer sig, at det er opfyldt.

## 16.2 BEREGNING AF DEFORMATIONER

Beregninger af Betonkonstruktioners Deformationer er behæftede med Unøjagtigheder, der i de fleste Tilfælde næppe er under 20%. Ofte er dette mindre væsentligt, idet Fastlæggelsen af den tilladelige Nedbøjning som Regel ikke kan foretages mere nøjagtigt.

Naar en Jernbetonbjælle paaføres en stigende Belastning, vil Betonen ved de lave Lasttrin være urevnet. I dette Stadium er Bjælkens Krumning:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_b' I_I} \quad (16.1.4)$$

idet følgende Betegnelser er anvendt:

r:	Krumningsradius
M:	Bøjningsmoment
$E_b'$ :	Betonens Elasticitetskoefficient
$I_I$ :	Det transformerede, urevnede Betontværsnits Inertimoment

For Korttidslast kan  $E_b'$  beregnes som angivet i Afsnit 2.6.

For Langtidslast kan  $E_b'$  erstattes af den i Afsnit 2.8 angivne Størrelse  $E_{bt}'$ .

Det transformerede Betontværsnits Inertimoment kan beregnes som beskrevet i Afsnit 7.31. Værdien af Forholdet n mellem Armeringens og Betonens Elasticitetskoefficienter afhænger som beskrevet i Afsnit 7.1 af Belastningens Varighed.

Ved Tilnærmelsesberegninger kan man se bort fra Armeringens Bidrag til  $I_I$ , d.v.s. regne  $n = 0$ , hvilket resulterer i lidt for store Værdier for Deformationerne og saaledes almindeligvis vil være lidt paa den sikre Side.

Naar Bøjningsmomentet øges ud over den Størrelse  $M_I$ , som

fremkalder Revner i Bjælkens Trækside, ændres Bjælkens Stivhed. Forholdet er vist i Fig. 16.1.1, som illustrerer Krumningens Afhængighed af Bøjningsmomentet. Angaaende Beregning af  $M_I$  henvises, til Afsnit 7.32.1213 og 7.34.3.

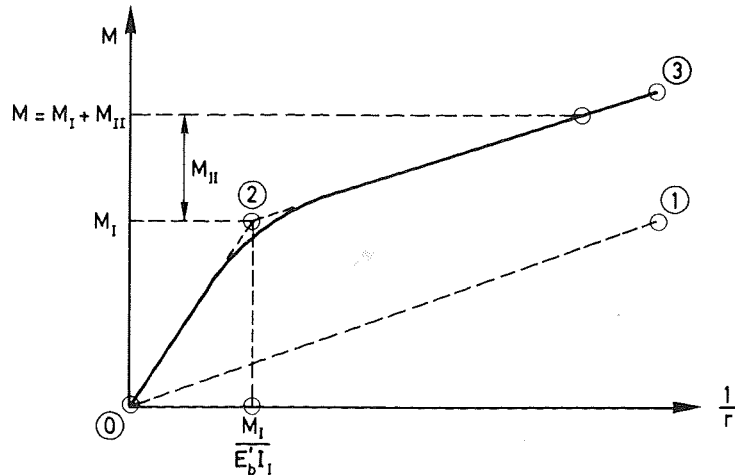


Fig. 16.1.1

Den fuldt optrukne Kurve i Fig. 16.1.1 angiver Sammenhæng mellem Krumning og Bøjningsmoment.

Den punkterede Linie 0 - 1 illustrerer den tilsvarende Sammenhæng beregnet af Udtrykket

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E'_b I'_I} \quad (16.1.2)$$

hvor  $I_{II}$  betegner det transformerede Betontværsnits Inertimoment efter Revnedannelsen. I denne Sammenhæng kan  $I_{II}$  tilnærmelsesvis antages konstant (uafhængig af  $M$ ).

Et tilnærmet Udtryk for Afhængigheden mellem Krumning og Moment kan opnaas ved at antage en bi-lineær Relation svarende til den knækkede Linie 0-2-3. Dette svarer til, at man regner:

$$\text{For } M < M_I = \frac{1}{r} = \frac{M}{E'_b I'_I} \quad (16.1.3)$$

$$\text{For } M > M_I = \frac{1}{r} = \frac{M_I}{E'_b I'_I} + \frac{M_{II}}{\zeta E'_b I'_{II}} \quad (16.1.4)$$

hvor

$$M_{II} = M - M_I \quad (16.1.5)$$

og  $\zeta$  er en empirisk Konstant. For denne kan passende regnes:

$$\zeta = 0,85 \quad (16.1.6)$$

Den bi-lineære Relation afspejler ikke den faktisk forekommende Afrunding, der optræder omkring Punkt 2, og som stammer fra den gradvise Udvikling af Revnebilledet, der er omtalt i Kapitel 15.

Bjælkens Krumning svarende til revnet Tværsnit givet ved Ligning (16.1.2) kan ogsaa udtrykkes ved Trækarmringens Forlængelse, idet Beton- og Armering forudsættes lineær-elastiske (se Afsnit 7.31).

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_a}{h - x} = \frac{\sigma_a}{E_a (h - x)} = \frac{M}{z A E'_a (h - x)} \quad (16.1.7)$$

hvor  $z$  betegner Tværsnittets Momentarm.

Indføres Betegnelserne

$$\beta = \frac{x}{h} \quad (16.1.8)$$

og

$$n = \frac{z}{h} \quad (16.1.9)$$

giver Ligning (16.1.2, 7, 8 og 9):

$$E'_b I'_{II} = \eta A h^2 E'_a \quad (16.1.10)$$

hvor

$$\eta = n(1 - \beta) \quad (16.1.11)$$

For symmetrisk Bøjning af et rektangulært Tværsnit kræver Ligevægt i Akseretningen med Betegnelserne i Fig. 7.32.11:

$$A \sigma_a = A' \sigma'_a + \frac{1}{2} b x \sigma'_b \quad (16.1.12)$$

hvor  $\sigma_a$  betegner Trækspændingen i Trækarmringen,  $\sigma'_a$  Trykspændingen i Trykarmringen og  $\sigma'_b$  den største Betontrykspænding. De

fysiske Betingelser og Kompatibilitetsbetingelserne giver:

$$\sigma_a = E_a \varepsilon_a = E_a \varepsilon'_b \frac{h-x}{x} \quad (16.1.13)$$

$$\sigma'_a = E_a \varepsilon'_a = E_a \varepsilon'_b \frac{x-d'}{x} \quad (16.1.14)$$

$$\sigma'_b = E'_b \varepsilon'_b \quad (16.1.15)$$

Indføres Betegnelserne

$$n = \frac{E_a}{E'_b} \quad (16.1.16)$$

$$\varphi = \frac{A}{bh} \quad (16.1.17)$$

$$\varphi' = \frac{A'}{bh} \quad (16.1.18)$$

og

$$\delta = \frac{d'}{h} \quad (16.1.19)$$

giver Ligning (16.1.8 og 12-19):

$$\beta^2 + 2n(\varphi + \varphi')\beta - 2n(\varphi + \delta\varphi') = 0 \quad (16.1.20)$$

hvoraf

$$\beta = n(\varphi + \varphi') \left[ \sqrt{\frac{2(\varphi + \delta\varphi')}{n(\varphi + \varphi')^2} + 1} - 1 \right] \quad (16.1.21)$$

Momentligevægt om henholdsvis Tryk- og Trækcentret giver:

$$M = \frac{1}{2}bx\sigma'_b \left(h - \frac{x}{3}\right) + A'\sigma'_a(h - d') = A\sigma_a z \quad (16.1.22)$$

Ligning (16.1.8, 9, 11, 13-19 og 22):

$$\varkappa = \frac{\beta^2(3-\beta)}{6n\varphi} + \frac{\varphi'}{\varphi}(\beta - \delta)(1 - \delta) \quad (16.1.23)$$

I Henhold til Ligning (16.1.20) er

$$\frac{\beta^2}{6n\varphi} = \frac{1}{3}(1 - \beta) - \frac{1}{3}\frac{\varphi'}{\varphi}(\beta - \delta) \quad (16.1.24)$$

Ligning (16.1.23) og (16.1.24):

$$\varkappa = \frac{1}{3}(1 - \beta)(3 - \beta) + \frac{\varphi'}{3\varphi}(\beta - \delta)(\beta - 3\delta) \quad (16.1.25)$$

Ses bort fra Trykarmringens Indflydelse paa Nedbøjningerne, hvilket fører til for store Værdier af Nedbøjningerne og derfor som Regel er paa den sikre Side, giver Ligning (16.1.21) og (16.1.25):

$$\beta = n\varphi \left( \sqrt{\frac{2}{n\varphi} + 1} - 1 \right) \quad (16.1.26)$$

som i Ligning (7.31.27) og

$$\varkappa = \frac{1}{3}(1 - \beta)(3 - \beta) \quad (16.1.27)$$

For T-Bjælker gælder de ovenfor udledte Formler uændrede, hvis Nullinien ligger over Pladens Underside, d.v.s. for

$$x = \beta h < h_0 \quad (16.1.28)$$

hvor  $h_0$  betegner Pladetykkelsen. I modsat Fald kan Stivhedsfaktoren  $\varkappa$  beregnes tilnærmet ved at se bort fra Betonspændingerne i Bjælkekroppen, hvilket fører til for smaa Værdier for  $\varkappa$ , d.v.s. Værdier, som i Reglen er paa den sikre Side. Dette giver:

$$z = \eta h \approx h - \frac{1}{2}h_0 \quad (16.1.29)$$

hvoraf

$$\eta = \frac{1}{2}(2 - \rho) \quad (16.1.30)$$

idet følgende Betegnelse er anvendt:

$$\rho = \frac{h_0}{h} \quad (16.1.31)$$

Ligevægt i Akseretningen kræver:

$$A\sigma_a = bh_o\sigma'_b \frac{x - \frac{1}{2}h_o}{x} \quad (16.1.32)$$

Ligning (16.1.8, 13, 15-17 og 31-32):

$$\beta = \frac{2n\varphi + \rho^2}{2(n\varphi + \rho)} \quad (16.1.33)$$

hvoraf

$$1 - \beta = \frac{\rho(2 - \rho)}{2(n\varphi + \rho)} \quad (16.1.34)$$

Ligning (16.1.11, 30 og 34):

$$\varkappa = \frac{\rho}{\rho + n\varphi} \left( \frac{2 - \rho}{2} \right)^2 \quad (16.1.35)$$

Krybningens Indflydelse kan tages i Regning som for urevnet Tværsnit ved for Langtidslast at erstatte  $E'_b$  med  $E'_{bt}$ .

Betonens Svind vil yde et Bidrag til Krumningen. Svind-Tøjningen for uarmeret Beton betegnes  $\epsilon'_{r0}$  og svarer til den Størrelse, som fremgaar af Ligning (2.7.10) for  $\omega_0 = 0$ . Hvis Svindet for et urevnet Tværsnit skulde kunne foregaa uhindret af Armeringen, maatte i dennes Tyngdepunkt tilføjes en fiktiv Tryk-Normalkraft

$$N' = AE_a \epsilon'_{r0} \quad (16.1.36)$$

Der maa derfor superponeres en tilsvarende Trækraft. Dennes Afstand under det transformerede Betontværsnits Tyngdepunkt betegnes  $e$ . Svindet medfører derfor en Krumning af Størrelsen

$$\frac{1}{r} = \frac{AE_a \epsilon'_{r0} e}{E'_{bt} I_I} \quad (16.1.37)$$

Hvis Betontværsnittet er revnet, kan Svindet tilnærmelsesvis antages

at yde et Bidrag til Krumningen af Størrelsen:

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon'_r}{z} \quad (16.1.38)$$

hvor  $\epsilon'_r$  betegner Svind-Tøjningen i Henhold til Ligning (2.7.10), idet  $\omega_0$  indføres svarende til eventuel Armering i Trykzonen, og  $z$  betegner det revnede Tværsnits Momentarm (jfr. Afsnit 7.43).

Ved Beregning af Deformationer er det ligesom ved Beregning af Revnevidder rimeligt at søge den sandsynligste Værdi uden at indføre en Række Partialkoefficienter, hvis Størrelse er afpasset med Henblik paa at sikre en passende Brudsikkerhed. Belastningens Partialkoefficienter sættes derfor i denne Sammenhæng lig med 1,0, og for Materialerne regnes med de faktiske, gennemsnitlige Arbejdslinier - ikke med de nominelle.

Belastningens Bidrag til Deformationerne bør opdeles i Bidrag fra Korttids- og Langtidslast. For Langtidslasten kan i denne Forbindelse indføres sandsynlige Gennemsnitsværdier. For Husbygningskonstruktioner kan den bevægelige Belastnings Bidrag hertil antages væsentligt lavere end den Værdi, der anvendes ved Bæreevne-Beregninger. Som en sandsynlig Gennemsnitsværdi kan her indføres ca. 20% af den Værdi, der anvendes ved Dimensioneringen. For Lagerbygninger og lignende Konstruktioner bør derimod indføres den fulde, dimensionsbestemmende Nyttelast.

For videregaaende Studium af Problemer vedrørende Deformationer henvises til følgende Referencer i Litteraturfortegnelsen: [50- 4] [60- 6] [63- 9] [63-10] [65-29] [66-21] [66-29] [66-30] [68- 7] [68-15] [68-31] [68-40] [69- 9] [69-10] [69-14] [60-20].

Taleksempel Nr. 16.1.1

Simpelt understøttet Bjælke med Spændvidde  $l = 8$  m, rektangulært Tværsnit og ensformigt fordelt Belastning.

$$b = 45 \text{ cm}$$

$$h_t = 82 \text{ cm}$$

$$h = 74 \text{ cm}$$

$$d' = 4 \text{ cm}$$

$$A = 49,1 \text{ cm}^2 \quad (10 \text{ T } 25)$$

$$A' = 4,02 \text{ cm}^2 \quad (2 \text{ T } 16)$$

$$E_a = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$$

$$E'_b = E'_{bt} = 10^5 \text{ kp/cm}^2 \quad (\text{Langtidslast})$$

$$\epsilon'_r = 3 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{br} = 45 \text{ kp/cm}^2$$

Ved Fagmidte er for Langtidslast:  $M = 100$  Mpm.

Ligning (7.32.49):

$$M_I = \frac{1}{6} \cdot 45 \cdot 82^2 \cdot 45 \cdot 10^{-5} = 23 \text{ Mpm}$$

$$I_I = \frac{1}{12} \cdot 45 \cdot 82^3 = 2,1 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

Ligning (16.1.5):

$$M_{II} = 100 - 23 = 77 \text{ Mpm}$$

Ligning (16.1.16):

$$n = \frac{2,1 \cdot 10^6}{10^5} = 21$$

Ligning (16.1.17):

$$\varphi = \frac{49,1}{45 \cdot 74} = 0,0148$$

Ligning (16.1.18):

$$\varphi' = \frac{4,02}{45 \cdot 74} = 0,0012$$

$$\varphi + \varphi' = 0,0160$$

Ligning (16.1.19):

$$\delta = \frac{4}{74} = 0,054$$

Ligning (16.1.21):

$$\beta = 21 \cdot 0,0160 \left( \sqrt{\frac{2(0,0148 + 0,054 \cdot 0,0012)}{21 \cdot 0,0160^2} + 1} - 1 \right) = 0,523$$

Ligning (16.1.25):

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{1}{3}(1 - 0,523)(3 - 0,523) + \\ &\frac{0,0012}{3 \cdot 0,0148}(0,523 - 0,054)(0,523 - 3 \cdot 0,054) = \\ &0,398 \end{aligned}$$

Ligning (16.1.10):

$$E'_b I_{II} = 0,398 \cdot 49,1 \cdot 74^2 \cdot 2,1 \cdot 10^6 = 2,25 \cdot 10^{11} \text{ kpcm}^2$$

Ligning (16.4 4-5):

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} &= \frac{23 \cdot 10^5}{10^5 \cdot 2,1 \cdot 10^6} + \frac{77 \cdot 10^5}{0,85 \cdot 2,25 \cdot 10^{11}} = \\ &(1,09 + 4,03) \cdot 10^{-5} = 5,12 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1} \end{aligned}$$

Bidrag fra Svind:

Ligning (16.1.11):

$$\eta = \frac{0,398}{1 - 0,523} = 0,835$$

Ligning (16.1.9):

$$z = 74 \cdot 0,835 = 62 \text{ cm}$$

Ligning (16.1.38):

$$\frac{1}{r} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{62} = 0,49 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

Ialt:

$$\frac{1}{r} = (5,12 + 0,49) \cdot 10^{-5} = 5,61 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

Nedbøjning ved Fagmidte:

$$f \approx \frac{5}{48} \cdot 5,61 \cdot 10^{-5} \cdot 800^2 = 3,8 \text{ cm}$$

Ses bort fra Trykarmring, faas tilsvarende:

Ligning (16.1.26):

$$\beta = 21 \cdot 0,0148 \left( \sqrt{\frac{2}{21 \cdot 0,0148} + 1} - 1 \right) = 0,538$$

Ligning (7.31.20):

$$\eta = 1 - \frac{1}{3} \cdot 0,538 = 0,82$$

Ligning (16.1.9):

$$z = 74 \cdot 0,82 = 61 \text{ cm}$$

Ligning (16.1.38):

$$\frac{1}{r} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{61} = 0,49 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

Ligning (16.1.27):

$$u = \frac{1}{3} (1 - 0,538)(3 - 0,538) = 0,380$$

$$E'_b I_{II} = \frac{0,380}{0,398} \cdot 2,25 \cdot 10^{11} = 2,15 \cdot 10^{11} \text{ kp cm}^2$$

$$\frac{1}{r} = (1,09 + 4,03 \frac{2,25}{2,15}) \cdot 10^{-5} = 5,30 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

Med Bidrag fra Svind:

$$\frac{1}{r} = (5,30 + 0,49) \cdot 10^{-5} = 5,79 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

$$f = \frac{5}{48} \cdot 5,79 \cdot 10^{-5} \cdot 800^2 = 3,86 \text{ cm} \sim 3,8 \text{ cm}$$

En saa svag Trykarmring som forudsat i dette Taleksempel kan man saaledes se bort fra ved Beregning af Nedbøjningen, hvorved Regningerne forenkles.

### Taleksempel Nr. 16.1.2

Simpelt understøttet Bjælke med 10 m Spændvidde, ensformigt fordelt Belastning og T-Profil.

$$b = 125 \text{ cm}$$

$$h_t = 90 \text{ cm}$$

$$d = 8 \text{ cm}$$

$$h = 82 \text{ cm}$$

$$h_o = 10 \text{ cm}$$

$$b_o = 45 \text{ cm}$$

$$A = 39,3 \text{ cm}^2 \quad (8T25)$$

$$E_a = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$$

$$E'_b = E'_{bt} = 10^5 \text{ kp/cm}^2$$

$$\epsilon'_r = 3 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{br} = 45 \text{ kp/cm}^2$$

Bøjningsmoment ved Fagmidte fra Langtidslast:  $M = 100 \text{ Mpm}$ .

I Henhold til Ligning (7.34.14) og Taleksempel Nr. 7.34.4 er

$$M_I = \frac{3,85 \cdot 10^6 \cdot 45}{90 - 38,3} \cdot 10^{-5} = 34 \text{ Mpm}$$

Ligning (16.1.31):

$$\rho = \frac{10}{82} = 0,122$$

Ligning (16.1.16):

$$n = \frac{2,1 \cdot 10^6}{10^5} = 21$$

Ligning (16.1.17):

$$n\varphi = \frac{21 \cdot 39,3}{125 \cdot 82} = 0,0805$$

Ligning (16.1.33):

$$\beta = \frac{2 \cdot 0,0805 + 0,122^2}{2(0,0805 + 0,122)} = 0,43$$

$$x = \beta h = 0,43 \cdot 82 = 35 \text{ cm} > h_o$$

Ligning (16.1.35):

$$\mu = \frac{0,122}{0,122 + 0,0805} \left( \frac{2 - 0,122}{2} \right)^2 = 0,53$$

I Henhold til Taleksempel Nr. 7.34.4 er:

$$E'_b I_{I} = 10^5 \cdot 3,85 \cdot 10^6 = 3,85 \cdot 10^{11} \text{ kpcm}^2$$

Ligning (16.1.10):

$$E'_b I_{II} = 0,53 \cdot 39,3 \cdot 82^2 \cdot 2,1 \cdot 10^6 = 2,94 \cdot 10^{11} \text{ kpcm}^2$$

Ligning (16.1.5):

$$M_{II} = 100 - 34 = 66 \text{ Mpm}$$

Ligning (16.1.4-5):

$$\frac{1}{r} = \frac{34 \cdot 10^5}{3,85 \cdot 10^{11}} + \frac{66 \cdot 10^5}{0,85 \cdot 2,94 \cdot 10^{11}} =$$

$$0,88 \cdot 10^{-5} + 2,64 \cdot 10^{-5} = 3,52 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

$$z \approx 82 - \frac{1}{2} \cdot 10 = 77 \text{ cm}$$

Bidrag fra Svind:

Ligning (16.1.38):

$$\frac{1}{r} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{77} = 0,39 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

Ialt:

$$\frac{1}{r} = (3,52 + 0,39) \cdot 10^{-5} = 3,91 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

Nedbøjning ved Fagmidte:

$$f \approx \frac{5}{48} \cdot 3,91 \cdot 10^{-5} \cdot 1000^2 = 4,1 \text{ cm}$$

### LITTERATUR

- [30- 1] K.W. Johansen: Styrkeforholdene i Støbeskel i Beton, Bygningsstatiske Meddelelser 1930.
- [41- 1] T.J. Gueritte: Further Data concerning Pre-stressed Concrete: Comparison between Calculated Stresses and Stresses registered during Tests, Journal of the Institution of Civil Engineers, Vol. 16 (1940-41), p. 91, April 1941.
- [47- 2] Cyril George Sexton: Pre-stressed Reinforced Concrete. Hangar at the Civil Airport of Karachi. Journal of the Institution of Civil Engineers, November 1947, pp. 109-130.
- [50- 4] Arne Johnson: Beräkning av deformationer i armerade Betongkonstruktioner efter sprickbildningen. Inst. f. byggnadsstatik, KTH, Medd. Nr. 6, Stockholm, 1950.
- [57- 3] K. Klöppel und W. Goder: Traglastversuche mit ausbetonierten Stahlrohren und Aufstellung einer Bemessungsformel. Der Stahlbau, 26. Jahrg., Heft 1, Januar 1957, pp. 1-10.
- [57- 4] Dansk Ingeniørforenings Udvalg vedrørende forspændt Beton: Foreløbige Retningslinier for Injektion af Kabelgange i Kabelbeton. Teknisk Forlag, København, 1957.
- [58- 8] Rudolf Bühner: Herstellung und Zusammenbau von Spannbeton-Schalendächern aus Fertigteilen. Report of the 3rd FIP-Congress, Berlin, 1958.
- [59- 8] G.D. Base: Some Tests on a Particular Design of Reinforced Concrete Structural Hinge, Cement & Concrete Association, London, 1959.
- [59- 9] G.D. Base: Some Tests on the Paneling Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs, Cement & Concrete Association, London, 1959.
- [59-10] Å. Holmberg: Studium av balkupplag och pelarhuvuden vid montagebyggnad, Nordisk Beton, Stockholm, 1959, Nr. 4.
- [59-11] L.L. Jones: Shear Tests on Joints between Precast, Posttensioned Units, Magazine of Concrete Research, Vol. 11, No. 31, March 1959.
- [60- 5] R.P.M. Gardner: The behaviour of Prestressed Concrete I Beams under Combined Bending and Torsion, Cement & Concrete Association, London, 1960.
- [60- 6] Wei-Wen Yu, G. Winter: Instantaneous and Long-Time Deflections of Reinforced Concrete Beams under Working Loads, ACI Proc. vol. 57, p. 29, July, 1960.
- [61- 7] Troels Brøndum-Nielsen: Injektion af forspændt Beton. Ingeniøren, Nr. 7, 1961, pp. 234-236.



- [63- 8] Dansk Ingeniørforenings Udvalg vedrørende forspændt Beton: Forspændte Betonsøjler med excentrisk Belastning, København, 1963.
- [63- 9] F. A. Blakey: Deflection as a Design Criterion in Concrete Buildings, The Civil Engineer, Transactions of The Institution of Engineers, Australia, vol. CE5, No. 2, pp.55-60, September, 1963.
- [63-10] F. A. Blakey: The Deflection of Flat Plate Structures, Civil Engineering, vol. 58, No. 686, pp. 1133-1136, London, 1963.
- [63-11] "Nabla" triangular-section girders-design, research and construction. Report of the fourth F.I.P. Congress, Rome-Naples 1962, Paper No. 8, vol. 1, pp. 306-321, London, 1963.
- [63-12] Dansk Ingeniørforenings Udvalg vedrørende forspændt Beton: Injektion af Kabelgange i Kabelbeton, Teknisk Forlag, København, 1963.
- [63-13] FIP-RILEM Committee in Grouting, RILEM Bulletin No.18, 1963.
- [63-14] R. F. Warner, B. Thürlimann: Design of Stirrup-Reinforcement in Concrete Beams. Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Bericht Nr. 4, 1963.
- [64-20] Förslag till bestämmelser för dimensionering av betongplattor på pelare jämte utdrag ur kommentarer, Statens Betongkommitté, Stockholm, 1964.
- [64-21] M. G. Dreux: Ou en est le fluage-refrait de la dalle du centre d'essais des structures (C.E.S.) à Saint-Rémy-les-Chevreuse après trois ans et demi de précontrainte. Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, No. 203, Novembre, 1964, pp. 1275-1277.
- [65-27] G. D. Base: Tests on four Prototype Reinforced Concrete Hinges, Research Report 17, Cement & Concrete Association, London, 1965.
- [65-28] Comité Européen du Béton, Effort tranchant-torsion, Documentation préliminaire, 11<sup>o</sup> Session plénière, Bruxelles, Octobre, 1966, Paris, 1965.
- [65-29] P. Moenaert, O. Pfeffermann: Essais sur des éléments en béton armé soumis a une sollicitation de longue durée, Faculté des sciences appliquées, Institut des constructions civiles, Laboratoire des constructions civiles, Bruxelles, Novembre, 1965.
- [65-30] R. Baus, V. Depauw: Enquête sur la Précontrainte Partielle - Rapport. Groupe d'Etude "Béton Précontraint Armé" du Centre Scientifique et Technique de la Construction.
- [65-31] E. Hampe: Vorgespannte Konstruktionen - Theorie - Technologie - Konstruktion. Verlag für Bauwesen, Berlin, Band 1, 1964, Band 2, 1965.

- [66-22] B. Broms: Sprickavstånd och sprickbredd i armerade betongkonstruktioner, Nordisk Betong, vol. 10, Nr. 3, p. 201, 1966.
- [66-23] FIP-CEB, Practical recommendations for the design and construction of prestressed concrete structures, engelsk Udgave af [66-5].
- [66-24] Fritz Leonhardt: Betongelenke, Der Bauingenieur, vol. 41, No. 2, p. 49-56, 1966.
- [66-25] Donald D. Magura & Eivind Hognestad: Tests of Partially Prestressed Concrete Girders, Proc. ASCE, vol. 92, ST I ST I, pp. 327-350, Februar, 1966.
- [66-26] H. Mayer: Bauschäden als Folge der Durchbiegung von Stahlbeton-Bauteilen, Bericht Nr. 68, Materialprüfungsamt für das Bauwesen der Technischen Hochschule München, 1966.
- [66-27] G. Stanculescu, M. Ionescu: Statistical Analysis of the Distance between Cracks and their Openings in Reinforced Concrete Bent Elements, Rev. Roum. Sci. Techn., Mec. Appl., vol. 11, No. 1, pp. 135-169, Bucarest, 1966.
- [66-28] Colloque sur le Béton Armé Partiellement précontraint, Bruxelles 18-19 octobre 1965. Annales des travaux publics de Belgique, No. 2, April 1966, pp. 93-224.
- [66-29] Dan E. Branson (Chairman, ACI Committee 435): Deflections of Reinforced Concrete Flexural Members, Journal of American Concrete Institute, proc. vol. 63, No. 6, June 1966.
- [66-30] Comité Européen du Béton: Fissuration. 11e Session plénière, Bruxelles, Octobre 1966.
- [67-29] F. D. Beresford: Test of edge column connections of a flat plate structure, Civil Engineering Transactions, The Institution of Engineers, Australia (Sydney), V. CE 9, No. 2, October 1967, pp. 235-241.
- [67-30] E. Björkqvist, K.-E. Blom: Undersökning av pulserande Lasts inverkan på tøjningsfördelningen i fullständig dragarmeringsskarv, Chalmers Tekniska Högskola, Institut för Konstruktionsteknik, Betongbyggnad, 1967.
- [67-31] Russel Brink, E. Grieb, and Donald O. Woolf: Resistance of concrete slabs exposed as bridge decks to scaling caused by deicing agents. Highway Research Record, Highway Research Board, No. 196, 1967, pp. 57-74.
- [67-32] T. Hagberg: Forsøk med Betonbjelker med spesielle Lagerbetingelser. Betongtekniske Publikationer, Nr. 8, Oslo, 1967.
- [67-33] K. W. Johansen: Forelæsninger over Elasticitets- og Styrkelære, Akademisk Forlag, København, 1967.

- [67-34] F. Leonhardt: Reducing the Shear Reinforcement in Reinforced Concrete Beams and Slabs, Prestress, South African Prestressed Concrete Development Group, vol. 16, March, 1967, p. 6.
- [67-35] F. Leonhardt: Neue Tendenzen in Berechnung und Konstruktion von weitgespannten Brücken und Viadukten, Association Internationale des Ponts et Charpentés, Publ. préf., Zürich, 1967, p. 369.
- [67-36] B. Thürlimann: Teilweise vorgespannte Bauteile, Association Internationale des Ponts et Charpentés, Publ. préf., Zürich, 1967, p. 457.
- [67-37] L.P. Brice: Armatures secondaires; Fragilité et sécurité des constructions Annales. Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, Novembre 1967, Supplement, pp. 1-12.
- [67-38] Paul Lampert, Bruno Thürlimann: Versuchsanlage für Balken unter Torsion - Biegung - Querkraft. Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Bericht Nr. 12, Juni, 1967. (Særtryk fra "Schweizer Archiv für angewandte Wissenschaft und Technik", Heft 9, 33. Jahrg., 1967).
- [67-39] S. Soretz: Protection against corrosion in reinforced concrete and prestressed concrete. Betonstahl in Entwicklung, Heft 29, Tor-Isteg Steel Corp., Luxemburg, 27 pp.
- [68-28] Walter E. Riley: Reversed Curvature of Tendons in Prestressed Continuous Members, Journal of the American Institute, proc. vol. 65, No. 11, November, 1968, pp. 929-936. Discussion: Journal of the American Institute, proc. vol. 66, No. 5, May, 1969, pp. 432-434.
- [68-29] Noel J. Gardner: Use of Spiral Welded Steel Tubes in Pipe Columns. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 65, No. 11, November, 1968, pp. 937-942. Discussion: Journal of the American Institute, proc. vol. 66, No. 5, May, 1969, p. 434-435.
- [68-30] Samuel Aroni: Slender prestressed concrete columns. Proceedings, ASCE, V. 94, ST 4, April, 1968, pp. 875-904.
- [68-31] A.W. Beeby: Short-Term Deformations of Reinforced Concrete Members, Cement & Concrete Association, March, 1968.
- [68-32] W.G. Corley, N.W. Hawkins: Shearhead Reinforcement for Slabs, Journal of the American Institute, proc. vol. 65, pp. 811-824, 1968.
- [68-33] Fachverband Bauwesen: Standard über Spannbeton mit Erläuterungen und Beiträge über den konstruktiven Leichtbeton in der DDR, Eigenverlag der Kammer der Technik, Berlin, 1968.

- [68-34] P.A. Hampe and J.P. Balsara: An experimental study of model deep beams: Report 1 - Tests on one-quarter scale simply supported beams. Miscellaneous Paper No. 68-3, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., July, 1968, 63 pp.
- [68-35] N.W. Hanson, J.M. Hanson: Shear and Moment Transfer between Concrete Slabs and Columns, Journal PCA, vol. 10, No. 1, pp. 2-16, 1968.
- [68-36] T.T.C. Hsu: Ultimate Torque of Reinforced Rectangular Beams, Proc. ASCE, vol. 94, St 2, pp. 485-510, February, 1968.
- [68-37] Thomas T.C. Hsu: Torsion of Structural Concrete - Uniformly Prestressed Rectangular Members Without Web Reinforcement, Journal of the Prestressed Concrete Institute, vol. 13, No. 2, April, 1968, pp. 34-44.
- [68-38] B. Kuyt: The ultimate torsional resistance of rectangular reinforced concrete beams, Concrete, vol. 2, No. 12, p. 522, 1968.
- [68-39] G. Rehm und H. Martin: Zur Frage der Rissbegrenzung im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau, vol. 63, No. 8, August, 1968, pp. 175-182.
- [68-40] The control of deflection in the new unified code: BRS Symposium, Concrete, vol. 2, No. 12, p. 511, December, 1968.
- [68-41] R. Tepfers: Omlottskarvning av Kamstänger - Statisk och dynamisk belastning, Chalmers tekniska Högskola, Göteborg, 1968.
- [68-42] Comité Européen du Béton: Bulletin d'Information No. 70, Conclusions techniques XIIe Session plénière. 3e Partie, Paris, Décembre, 1968.
- [68-43] Anbefalinger for dimensjonering av spennbetong. Utgitt 1962 av Nordisk Betongforbunds Normkomite, Revisjon 1968.
- [68-44] Richard W. Furlong: Design of steel - encased concrete beam-columns. Proc. ASCE, vol. 94, St. 1, Januar, 1968, pp. 267-281.
- [68-45] V. Ramakrishnan, and V. Jayaraman: Combined bending and torsional strength of reinforced concrete T-beams without web reinforcement. The Indian Concrete Journal, vol. 42, No. 3, March, 1968, pp. 120-125.
- [68-46] V. Ramakrishnan, Y. Ananthanarayana, and S.A. Chandramouleeswaran: Influence of web reinforcement on the strength and behaviour of reinforced concrete T-beams under combined bending and torsion. The Indian Concrete Journal, vol. 42, No. 4, April, 1968, pp. 164-168.
- [68-47] E.G. Nawy: Crack Control in Reinforced Concrete Structures. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 65, No. 10, October, 1968, p. 825. Discussion: ibid vol. 66, No. 4, April, 1969, pp. 308-311.

- [68-48] V. Navaratnarajah: Effect of Anchorage Efficiency of Lateral Reinforcement on the Torsional Strength of Reinforced Concrete Beams. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 65, No. 11, November 1968, p. 965. Discussion: *ibid.* vol. 66, No. 5, May 1969, pp. 438-40.
- [68-49] Mogens Lorentsen: Korttidsdeformationer hos slakarmerede betongbalkar. Byggmästaren Nr. 11, 1968.
- [68-50] Mogens Lorentsen: Långtidsdeformationer hos slakarmerede betongbalkar. Byggmästaren Nr. 12, 1968.
- [68-51] M. Birkenmaier: Calcul des éléments en béton à précontrainte partielle selon les normes (1966) de la société Suisse des ingénieurs et des architectes. Annales de l'institute technique du bâtiment et des travaux publics, No. 241, Januar 1968, pp. 57-64.
- [68-52] A. Brenneisen: Résultats d'essais sur la fissuration de poutres précontraintes et partiellement précontraintes. Annales de l'institute technique du bâtiment et des travaux publics, No. 241, Januar 1968, pp. 181-192.
- [68-53] Gallus Rehm und Dieter Russwurm: Die Anwendung des Schweissens im Stahlbetonbau. Betonstein Zeitung, b. 34, Nr. 11-12, 1968, pp. 568-576 + 604-611.
- [68-54] J.R. Robinson: L'état des recherches de l'I.R.A.B.A. sur les aciers de couture du béton armé. Annales, Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Juin 1968, No. 246, pp. 1019-1044.
- [68-55] R.C. Fenwick and Thomas Pauley: Mechanisms of shear resistance of concrete beams. Proceedings, ASCE, V. 94, ST 10, October 1968, pp. 2325-2350.
- [68-56] Paul W. Abeles, Earl I. Brown, and I.O. Woods: Preliminary report on static and sustained loading tests. Journal, Prestressed Concrete Institute, V. 13, No. 4, August 1968, pp. 12-32.
- [68-57] Paul Lampert, Bruno Thürlimann: Torsionsversuche an Stahlbetonbalken. Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Bericht Nr. 6506-2, Juni 1968.
- [69-13] Diverse Diskussionsindlæg til Torsion of Structural Concrete, ACI, SP-18-1, Journal of American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 4, pp. 312-354, April 1969.
- [69-14] Association Internationale des Ponts et Charpentes, Huitième Congrès, New York, 1968, Rapport final, Zürich, 1969.
- [69-15] A.W. Beeby, H.P.J. Taylor, J.B. Read: Crack Control in Reinforced Concrete Structures (Discussion). Journal of American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 4, p. 308, April 1969.

- [69-16] G.N.J. Kani: A Rational Theory for the Function of Web Reinforcement. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 3, March 1969, pp. 185-197. Discussion: proc. vol. 66, No. 9, September 1969, pp. 769-774.
- [69-17] W.C. Krell: Shear head Reinforcement for Slabs (Discussion). Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 4, p. 307, April 1969.
- [69-18] J.G. Macgregor, J.M. Hanson: Proposed Changes in Shear Provisions for Reinforced and Prestressed Concrete Beams, Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 4, p. 276, April 1969.
- [69-19] J.H.E. Nilsson: Ramhörn av armerad betong med positivt moment. Konstruktiv utformning av ramhörn med dragen insida. Rapport 11:1969, Statens institut för byggnadsforskning, Stockholm, 1969.
- [69-20] E. Poulsen, L. Fuglsang Nielsen: Om armerede betonbjælkens langtidsnedbøjning. Nordisk Betong, Årg. 13, Nr. 2, p. 139, 1969.
- [69-21] R. Tepfers, P. Worth: Sammanfattning av The Shear Strength og Reinforced Concrete Beams, a report by The Shear Study Group of the Institution of Structural Engineers, CTH, Inst.f. Konstruktionsteknik, Betongbyggnad, Intern Skrift 69:6, Göteborg, 1969.
- [69-22] H. Zdenko Wantur: Bemessung der Flachdecken im Stützenbereich unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Biege- und vertikalen Querbewehrung. Dissertation Rijksuniversiteit Gent, 1969.
- [69-23] CEB-FIP: Recommandations internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton, 1: Principes et Recommandations, 2: Manuel d'application, Paris, 1969.
- [69-24] Troels Brøndum-Nielsen: Betonkonstruktioner I, København, 1969.
- [69-25] Troels Brøndum-Nielsen: Spændbeton, København, 1969.
- [69-26] P. Regan and Alexandre Places: Collaps and Serviceability Criteria in Shear. Department of Concrete Structures and Technology, Imperial College, London, July 1969.
- [69-27] A.L.L. Baker, C.W. Yu, P.E. Regan: Explanatory note on the proposed Unified Code Clause on Shear in Reinforced Concrete Beams with special reference to the Report of the Shear Study Group. The Structural Engineer, July 1969, No. 7, vol. 47, pp. 285-293.
- [69-28] C.B. Brown: On the necessity of a non-slip mechanism between steel and concrete in the region of crack. Magazine of Concrete Research, vol. 21, No. 66, March 1969, pp. 55-59.

- [69-29] F.N. Dannell: The ultimate moment of resistance of unbonded prestressed concrete beams. Magazine of Concrete Research, vol. 21, No. 66, March 1969, pp. 43-54.
- [69-30] P.E. Regan: Shear in reinforced concrete beams. Magazine of Concrete Research, vol. 21, No. 66, March 1969, pp. 31-42.
- [69-31] John P. Lloyd, Hassan M. Rejali, and Clyde E. Kesler: Crack Control in One-Way Slabs Reinforced with Deformed Welded Wire Fabric. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 5, May 1969, pp. 366-376.
- [69-32] Ervin S. Perry and Nabil Jundi: Pullout Bond Stress Distribution Under Static and Dynamic Repeated Loadings. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 5, May 1969, pp. 377-380.
- [69-33] D.J. Hannant: Creep and Creep Recovery of Concrete Subjected to Multiaxial Compressive Stress. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 5, May 1969, pp. 391-394.
- [69-34] Howard W. Wahl and Richard J. Kosiba: Design and Construction Aspects of Large Prestressed Concrete (PWR) Containment Structures. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 5, May 1969, pp. 400-412.
- [69-35] M.A. Mirza and J.O. McCutcheon: Behavior of Reinforced Concrete Beams Under Combined Bending, Shear, and Torsion. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 5, May 1969, pp. 421-427.
- [69-36] V. Ramakrishnan and Y. Ananthanarayana: Tests to Failure in Bending and Torsion of Reinforced Concrete. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 5, May 1969, pp. 428-431.
- [69-37] H.G. Elsaesser: Gleitschalung im Brücken- und Hochbau. Studentagung über aktuelle Ingenieurprobleme, Zürich 18. und 19. Oktober 1968. Særtryk af Schweizerische Bauzeitung, 86. und 87. Jahrg. 1968/69, pp. 21-23.
- [69-38] P. Kelterborn: Das Kleben von Beton mit Kunstharzen. Studentagung über aktuelle Ingenieurprobleme. Zürich 18.-19. Oktober 1968. Særtryk af Schweizerische Bauzeitung, 86. und 87. Jahrg., 1968/69, pp. 37-40.
- [69-39] Stanislaw Bryl: Flachdecken mit Stahlpilzen. Studentagung über aktuelle Ingenieurprobleme, Zürich 18.-19. Oktober 1968. Særtryk af Schweizerische Bauzeitung, 86.-87. Jahrg., 1968/69, pp. 69-70.
- [69-40] F. Speck: Betonierte Fahrbahnübergänge für vorfabrizierte Brücken. Studentagung über aktuelle Ingenieurprobleme, Zürich 18.-19. Oktober 1968. Særtryk af Schweizerische Bauzeitung, 86. und 87. Jahrg., 1968/69, pp. 40-43.

- [69-41] A. Losberg: Sammenfatning av förslag till amerikanska betongnormer: Building Code Requirements for Reinforced Concrete, Proposal ACI 318-70, CTH, Inst.f.Konstruktionsteknik, Betongbyggnad, Intern Skrifr 69:9, Göteborg, 1969.
- [69-42] Member American Concrete Institute: Sudden Collaps of Unbonded Underprestressed Structures. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 2, February 1969, p. 129, and No. 8, August 1969, p. 680.
- [69-43] Umakanta Behera and K.S. Rajagopalan: Two-Piece U-Stirrups in Reinforced Concrete Beams. Journal of the American Concrete Institute, proc.vol. 66, No. 7, July 1969, pp. 522-524.
- [69-44] Alfred Bishave: Prestressed Concrete Beams Under Combined Torsion, Bending, and Shear. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 7, July 1969, pp. 525-538.
- [69-45] Discussion of the report by ACI-Committee 438: Tentative Recommendations for the Design of Reinforced Concrete Members to Resist Torsion. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 7, July 1969, pp. 576-588.
- [69-46] Helmut Kupfer, Hubert K. Hilsdorf, and Hubert Rusch: Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses. Journal of the American Concrete Institute, proc. vol. 66, No. 8, August 1969, pp. 656-666.
- [69-47] Jens Starke: Beitrag zur Ermittlung der Schubspannungen beim Spannbetonträger. Beton- und Stahlbetonbau, Jahrg. 64, Heft 10, Oktober 1969, pp. 243-244.

EMNEFORTEGNELSE OVER LITTERATUR

Armering	[54- 1] [65- 8] [66- 4] [67-26]	[62- 8] [65-22] [67- 6] [67-30]	[62-13] [66- 2] [67-23] [68-21]	[65- 7] [66- 3] [67-24] [68-41]
Armeringskrumning se under Krumning af Armering				
Armeringsstød	[62- 8] [68-17]	[63- 2] [68-19]	[67- 7] [68-22]	[68-16]
Beton: Egenskaber - Styrke	[34- 1] [56- 2] [58- 5] [62- 1] [65-26] [69-24]	[50- 1] [58- 1] [59- 1] [63-13] [66-10] [69-46]	[53- 1] [58- 3] [59- 2] [65- 2] [66-16]	[56- 1] [58- 4] [61- 4] [65-21] [67-18]
Betonkonstruktioner	[47- 2]	[59-10]	[63-11]	[67-35]
Bjælker	[28- 1] [59- 6] [60- 4] [62- 5] [63-14] [65-14] [66-11] [67- 5] [67-19] [67-32] [68- 2] [68-24] [68-38] [69- 5] [69-27] [69-43]	[45- 1] [59-10] [60- 5] [62- 6] [64- 7] [65-15] [66-12] [67-11] [67-20] [67-34] [68- 8] [68-26] [68-48] [69-18] [69-29]	[51- 1] [60- 2] [60- 6] [62-11] [64-11] [65-18] [66- 9] [67-12] [67-21] [67-38] [68- 9] [68-34] [68-55] [69-20] [69-30]	[59- 3] [60- 3] [61- 5] [62-13] [64-15] [66- 9] [67- 2] [67-16] [67-27] [68- 1] [68-10] [68-36] [68-57] [69-21] [69-35]
Brudlinieteori	[43- 1]	[63- 6]	[64- 8]	[67- 8]
Bøjning og excentrisk Normal- kraft	[50- 2] [64-11] [65-15] [68- 3]	[51- 1] [65- 3] [65-18]	[59- 6] [65- 9] [67- 2]	[64- 7] [65-14] [67-13]
Centralt Tryk	[64- 1]			
Charnierer	[59- 8]	[65-17]	[65-27]	[66-24]
Deformationer	[50- 4] [65-29] [66-30] [68-40] [69-10]	[60- 6] [66-21] [68- 7] [68-49] [69-14]	[63- 9] [66-26] [68-15] [68-50] [69-20]	[63-10] [66-29] [68-31] [69- 9]

Delvis Forspænding	[59- 3] [65-31] [67-36] [68-51] [69-18]	[63- 7] [66- 1] [68-15] [68-52] [69-23]	[65-28] [66-25] [68-33] [68-56] [69-42]	[65-30] [66-28] [68-42] [69-14]
Dynamisk Belastning se under Udmattelsespaavirkning af Beton				
Dæklag	[59- 1]	[67-25]		
Excentrisk Normalkraft se under Bøjning og excentrisk Nor- malkraft eller under Søjler				
Elasticitets- og Styrkelære	[56- 2]	[61- 6]	[64- 8]	[67-33]
Forankring af Armeringen	[51- 3] [64- 6] [66-19]	[55- 2] [65- 4] [67- 4]	[55- 3] [65- 7] [68-18]	[57- 2] [65-16]
Forbindelse mellem Armering og Beton	[49- 1]	[51- 4]	[55- 1]	[59- 7]
Forskalling	[69-37]			
Forskning	[65-25]			
Forskydning	[28- 1] [60- 3] [62- 4] [63- 7] [64-16] [65- 6] [65-23] [66-11] [66-17] [67-16] [67-37] [68-23] [69-12] [69-22] [69-47]	[58- 2] [60- 4] [62- 5] [64- 5] [64-17] [65- 7] [65-24] [66-12] [67- 5] [67-19] [68- 1] [68-54] [69-16] [69-26]	[59- 3] [61- 5] [62- 6] [64-14] [65- 4] [65-13] [66- 1] [66-13] [67-11] [67-21] [68- 2] [68-55] [69-17] [69-27]	[59-11] [62- 2] [62-11] [64-15] [65- 5] [65-14] [66- 9] [66-15] [67-12] [67-34] [68- 9] [69- 8] [69-21] [69-30]
Forskydning i Spændbeton og delvis forspændt Beton	[59- 3] [65-14] [66- 5] [67-36] [68-43]	[60- 3] [65-28] [66-23] [68- 1] [69-18]	[63- 7] [65-31] [67-16] [68-15] [69-23]	[64-17] [66- 1] [67-21] [68-33]

Generelle Værker	[31- 1] [62- 9] [64- 2] [65- 2] [66-17] [69-24]	[58- 6] [63- 1] [64- 3] [65-11] [67- 1] [69-25]	[61- 1] [63- 4] [64- 4] [65-31] [68- 5]	[61- 2] [63- 5] [65- 1] [66- 8] [69- 1]
Injektion af Kabelgange	[57- 4]	[61- 7]	[63-12]	[63-13]
Kipping	[60- 2]	[62-12]		
Klæbning af Beton	[69-38]			
Kongresser	[67- 3]	[67- 9]	[69-14]	
Konsoller	[67-14]	[68-27]	[69-11]	
Korrosion	[67-39]			
Krumning af Armering	[62- 8]	[65- 4]	[66- 3]	
Krybning	[58- 1] [67-18]	[65-19] [69-33]	[65-20]	[65-21]
Lejer	[59-10]	[65-17]	[67-32]	
Lærebøger se under Generelle Værker				
Muffestød	[67- 7]	[68-17]	[68-19]	
Nedbøjning se under Deformationer				
Normer og Rekommandationer	[59- 5] [63- 8] [66- 5] [67-15] [68-33] [69- 4]	[62- 7] [64- 1] [66- 7] [68- 7] [68-40] [69- 9]	[63- 2] [64- 9] [66-23] [68-15] [68-43] [69-23]	[63- 3] [64-19] [67-10] [68-25] [69- 3] [69-41]
Paddehattedæk	[59- 4] [67-29]	[63- 6] [68-35]	[63-39]	[64-20]
Partialkoefficienter	[64- 9]	[68- 4]		
Pladebjælker se under T-Bjælker				
Plader	[43- 1] [60- 1] [67- 8] [68- 6]	[56- 4] [63- 6] [67-28] [68-32]	[59- 4] [63-10] [67-31] [69-17]	[59- 9] [66-21] [68- 3] [69-31]

Plasticitetsteori	[43- 1] [62-10]	[56- 3] [63- 6]	[60- 1] [67- 8]	[61- 3]
Rammekonstruktioner	[61- 3]	[64-12]	[69-19]	
Revner	[50- 4] [66-27] [68-47] [69-31]	[59- 1] [66-30] [69-10]	[65-26] [68-26] [69-15]	[66-22] [68-39] [69-28]
Ringbjælke	[69- 7]			
Rotationskapacitet	[62-10]	[67- 2]	[68-20]	
Sikkerhedsgrad	[68- 4]			
Skader	[65-10]	[66-26]	[69-42]	
Skiver	[65-18]	[69- 2]		
Spændbeton	[41- 1] [63- 8] [67- 7] [68-43] [69-34]	[47- 2] [65-31] [68-28] [69- 6] [69-47]	[58- 8] [66- 5] [68-30] [69-25]	[62- 3] [66-23] [68-33] [69-29]
Se iverigt under: Delvis Forspænding Forskydning i Spændbeton og delvis forspændt Beton Injektion af Kabelgange				
Strimmelmetoden	[56- 4]	[59- 4]	[60- 1]	[61- 2]
Støbeskel	[31- 1] [63-11]	[58- 8] [69-40]	[59- 1]	[59-11]
Stød i Armeringen	[62- 8] [68-19]	[63- 2] [68-22]	[67- 7]	[68-17]
Svejsning af Armering	[62- 8] [69-31]	[68-53]	[68-16]	[68-19]
Svind	[65-21]			
Søjler	[47- 1] [57- 3] [63- 8] [66-18] [68-14] [68-44]	[50- 3] [62- 7] [64- 2] [66-20] [68-15]	[51- 2] [63- 1] [64-18] [67-22] [68-25]	[53- 2] [63- 2] [66-16] [68-13] [68-29]
T-Bjælker	[62- 5] [65-15] [68-46]	[64-11] [66-15] [69-12]	[64-15] [67-17]	[65- 7] [68-45]

Torsion	[60- 5]	[64-10]	[65-12]	[65-28]
	[67-27]	[67-33]	[67-38]	[68- 8]
	[68-10]	[68-11]	[68-12]	[68-24]
	[68-36]	[68-37]	[68-38]	[68-45]
	[68-46]	[68-47]	[68-48]	[68-57]
	[69- 3]	[69- 4]	[69- 5]	[69-13]
	[69-14]	, p. 709		[69-36]
	[69-44]	[69-45]		
Udmattelsespaavirkning af Beton	[34- 1]	[64-12]	[64-13]	[67-12]
	[67-20]	[69-32]		
Vridning se under Torsion				

FORFATTERINDEX

Abeles, Paul W.	[68-26]	[68-56]		
Abrahamsson, E.	[62-13]			
ACI	[62- 2]	[63- 2]	[64-19]	[65- 9]
	[66-16]	[66-29]	[68- 7]	[68-11]
	[69- 3]	[69- 6]	[69-13]	[69-42]
	[69-45]			
Ananthanarayana, Y.	[68- 9]	[68-46]	[69-36]	
Armstrong, W.E.J.	[49- 1]			
Aroni, Samuel	[68-30]			
ASCE	[62- 2]	[65- 9]	[69- 6]	
Asce, M.	[67-19]			
Bachmann, Hugo	[66- 1]			
Baker, A. L. L.	[69-27]			
Balsara, J.P.	[68-34]			
Baron, Mark J.	[66- 9]			
Base, G.D.	[59- 8]	[59- 9]	[64- 7]	[65-27]
Baus, R.	[65-30]			
Bazant, Z.P.	[68-13]			
Becher	[65-23]			
Beckett, Derrick	[67- 2]			
Beeby, A.W.	[68-31]	[69- 9]	[69-15]	
Behera, Umakanta	[69-43]			
Beresford, F.D.	[67-29]			
Bernander, K.G.	[55- 2]	[63- 7]		
Bertero, Vitelmo, V.	[64-12]			
Birkeland, C.J.	[67-27]			
Birkenmaier, M.	[68-51]			
Bishara, Alfred	[69-44]			
Björkqvist, E.	[67-30]			
Blakey, F.A.	[63- 9]	[63-10]		
Blom, K.E.	[67-30]			
Branchini	[65-26]			
Breen, John E.	[65-16]			
Bregler	[61- 5]			
Brenneisen, A.	[68-52]			
Brenner, E.	[34- 1]			

- Bresler, B. [58- 3] [67-19]  
 Brice, L.P. [67-37]  
 Brink, Russel [67-31]  
 Broms, B. [66-22]  
 Brown, C.B. [69-28]  
 Brown, Earl I. [68-26]  
 Bryl, Stanislaw [69-39]  
 Bührrer, Rudolf [58- 8]  
 Brøndum-Nielsen, T. [61- 7] [66- 6] [67- 7] [69-24] [69-25]  
 Burton, K.T. [68-21]  
 Buø, Finn Olav [65-18]  
 Bygningsteknik, Laboratoriet for [62- 1]  
  
 CEB [64- 1] [65-28] [66- 5] [66-18]  
 [66-20] [66-23] [66-30] [67-25]  
 [68-14] [68-15] [68-42] [69-23]  
 Chambaud, R. [65-11]  
 Chinn, J. [55- 3]  
 Chung, H.W. [69-12]  
 Clark, Arthur P. [51- 1]  
 Corley, W.G. [68-32]  
 Cowan, H.J. [53- 1] [65-12]  
  
 Danesi, R.F. [68-20]  
 Dansk Standard [59- 5] [62- 7] [66- 7] [68-18]  
 Danske Staalvalseværk, Det [62- 8]  
 Davies, J.D. [64- 4]  
 Depauw, V. [65-30]  
 DIF [57- 4] [63- 3] [63- 8] [63-12]  
 [64- 9]  
 Dilger, Walter [65- 6]  
 Dreger, W. [64-16]  
 Dreux, M.G. [64-21]  
  
 Efsen, Axel [54- 1] [56- 1] [57- 2] [59- 1]  
 [59- 7] [63- 1]  
 Elsaesser, H.G. [69-37]  
 Entreprenørforeningen [66- 3] [67-26]

- Ernst, Walter [66- 2]  
 Evans, R.H. [55- 1] [63- 5] [67-10] [69-12]  
  
 Fastennau, Werner [68-19] [68-22]  
 Feld, Jacob [65-10]  
 Fenwick, R.C. [68-55]  
 Ferguson, P.M. [55- 3] [65- 1] [68-23]  
 FIP [63-11] [63-13] [66- 5] [66-23]  
 [69-23]  
 Finsterwalder, K. [65-21]  
 Fischer, Gordon P. [64-10]  
 Fling, Russel S. [68- 7]  
 Forum, C.S. [65- 2]  
 Franz, Gotthard [64- 3] [69- 1]  
 Freitag, W. [67-14]  
 Furlong, Richard W. [68-44]  
  
 Gardner, Noel J. [68-29]  
 Gardner, R.P.M. [60- 5]  
 Gere, James M. [61- 6]  
 Gerstle, Kurt H. [65- 8]  
 Gesund, Hans [68-24]  
 Glarbo, Ole [56- 1]  
 Goder, W. [57- 3]  
 Graf, Otto [34- 1] [50- 1]  
 Granholm, Hjalmar [65- 3] [65-22]  
 Grieb, E. [67-31]  
 Grosko, J.J. [68-20]  
 Gueritte, T.J. [41- 1]  
 Guillermo, E.C. [67-22]  
 Guralnick, Sidney A. [67-20]  
 Gurfinkel, German [67-13]  
  
 Hagberg, T. [67-32]  
 Hahn, Volker [68-19] [68-22]  
 Hald, A. [57- 1]  
 Hamilton, M.F. [67-27]



Hampe, E. [65-31]  
 Hampe, P. A. [68-34]  
 Hannant, D. J. [69-33]  
 Hanson, J. M. [68-21] [68-35] [69-18]  
 Hanson, N. W. [68-35]  
 Haugli, F. R. [62-11]  
 Hawkins, N. W. [68-32]  
 Hillerborg, A. [56- 4] [59- 4] [60- 1]  
 Hilsdorf, H. [65-21] [66-14]  
 Hofbeck, J. A. [69- 8]  
 Hognestad, E. [66-25] [68-21]  
 Hølmberg, Åke [59-10] [67- 4] [67-23]  
 Hsu, T. C. [68-10] [68-36] [68-37] [69- 4]  
 Hulsbos, C. L. [66-10]  
  
 Ibrahim, I. O. [69- 8]  
 Ionescu, M. [66-27]  
  
 James, Merlin L. [64-13]  
 Jayaraman, V. [68-45]  
 Jensen, C. G. [66- 8]  
 Johansen, K. W. [28- 1] [30- 1] [43- 1] [45- 1]  
                   [58- 1] [63- 6] [64- 8] [67-33]  
 Johnson, Arne [50- 4]  
 Jones, L. L. [59-11] [67- 8]  
 Jundi, Nabil [69-32]  
 Jurrack, Fritz [65-19]  
  
 Kani, G. N. J. [58- 2] [66-13] [69-16]  
 Karni, J. [58- 4]  
 Kelterborn, P. [69-38]  
 Kemp, E. L. [69- 4]  
 Kesler, Clyde E. [65-26] [66-14]  
 Kierkegaard-Hansen, P. [61- 4]  
 Klus, John P. [68- 8]  
 Klöppel, K. [57- 3]  
 Kong, F. K. [67-10]

Kornosz, T. [68-16]  
 Kosiba, Richard J. [69-34]  
 Krefeld, William J. [66-11] [66-12]  
 Krell, W. C. [69-17]  
 Krenchel, Herbert [59- 2] [67- 6]  
 Kupfer, K. H. [67-17] [69-46]  
 Kuyt, B. [68-38]  
  
 Lampert, Paul [67-38] [68-57]  
 Larsen, Per Kristian [66-21] [68- 3]  
 Leonhardt, Fritz [62- 3] [62- 4] [62- 5] [62- 6]  
                   [64-16] [65- 4] [65- 5] [65- 6]  
                   [65- 7] [65-17] [66-24] [67-34]  
                   [67-35]  
 Lerchenthal, C. H. [67-28]  
 Lloyd, John P. [69-31]  
 Lorentsen, Mogens [64-17] [65-14] [68-49] [68-50]  
 Losberg, Anders [67- 1] [69-41]  
 Lutes, Loren D. [64-13]  
 Löwenkrantz, Christer [68-17]  
  
 MacClure, Georg [64-12]  
 MacGregor, James G. [60- 3] [67-11] [67-19] [69-18]  
 MacHenry, D. [58- 4]  
 Madsen, Henning T. [66-17]  
 Magura, Donald D. [66-25]  
 Mains, R. M. [51- 4]  
 Martin, H. [68-39]  
 Martin, Victor M. [68-24]  
 Mattock, Alan H. [59- 6] [67-27] [69- 5] [69- 8]  
 Mayer, H. [62-11] [66-26]  
 Mayoglou, B. [69- 5]  
 Mehmel, A. [65-23] [67-14]  
 Meyer, Erik V. [65- 2]  
 Miles, J. R. [69- 9]  
 Miller, Charles A. [67-20]  
 Mills, D. G. [68-24]

Mirza, M.S.	[69-35]
Moe, A.J.	[68- 4]
Moenaert, P.	[65-29]
Morrow, Joe W.	[68-26]
Mozer	[65-26]
Muller, Jean	[62-12]
Murdock, John W.	[65-25]
Navaratnarajah, V.	[68-48]
Navy, E.G.	[68-20] [68-47]
Neville, A.M.	[60- 4]
Nielsen, Jørgen	[47- 1] [50- 3] [51- 3] [53- 2]
Nielsen, L. Fuglsang	[69-20]
Nielsen, Mogens Peter	[61- 3] [67- 5] [69- 2]
Nilson, Arthur H.	[64- 2]
Nilsson, I.H.E.	[69-19]
Nordby, Gene M.	[58- 5]
Nordisk Betonforbund	[68-43]
Ojha, S.K.	[67-16]
Olesen, Svend Øivind	[64- 6] [67-21] [68- 1]
Olsen, Kurt	[66- 8]
Ople, F.S.	[66-10]
O'Rourke, C.E.	[64- 2]
Osburn, D.L.	[69- 5]
Pannell, F.N.	[69-29]
Pauley, Thomas	[68-55]
PCI	[68-25]
Perry, Ervin S.	[69-32]
Pettersson, Ove	[60- 2]
Pettersson, Tage	[64-15]
Pfeffermann, O.	[65-29]
Pfister, James F.	[64-18]
Pister, K.S.	[58- 3]
Places, Alexandra	[69-26]

Poulsen, Ervin	[69-20]
Pucher, Adolf	[61- 1]
Rajagopalan, K.S.	[68-23] [69-43]
Ramakrishnan, V.	[68- 9] [68-45] [68-46] [69-36]
Rambøll, B.J.	[51- 2]
Rasmussen, Bent Højlund	[50- 2] [56- 3]
Rausch, Ernst	[65-24]
Read, J.B.	[64- 7] [69-15]
Regan, P.E.	[69-26] [69-27] [69-30]
Rehm, Gallus	[68-39] [68-53]
Reimann, H.	[65-17]
Reis	[65-26]
Rejali, Hassan M.	[69-31]
RILEM	[63-13]
Riley, Walter E.	[68-28]
Robinson, Arthur	[67-13]
Robinson, G.W.	[55- 1]
Robinson, J.R.	[65-13] [68-54]
Russwurm, Dieter	[68-53]
Rüsch, H.	[62-11]
Römer, B.	[68-16]
Saemann, J.C.	[64-14]
Safarian, Sargis S.	[69- 7]
Sandbye, P.	[69-11]
Scovdelli	[61- 5]
Seabold, Richard H.	[67-12]
Sexton, Cyril George	[42- 2]
Short, A.	[67-15]
Siess, C.P.	[59- 3] [60- 3] [67-21]
Sigalov, E.	[62- 9]
Singh, Awtar	[65- 8]
Smith, Gerald M.	[64-13]
Soretz, Stefan	[67-39]
Sozen, M.A.	[59- 3] [60- 3] [67-21]

- Speck, F. [69-40]  
 Stanculescu, G. [66-27]  
 Starke, Jens [69-47]  
 Starnberg [65-24]  
 Strongin, S. [62- 9]  
 Suenson, E. [31- 1]
- Tamberg, K. G. [68-12]  
 Tanniru, V.N. [65-20]  
 Taylor, H.P.J. [68- 2] [69-15]  
 Taylor, R. [66-15]  
 Tepfers, Ralejs [66-19] [68-17] [68-41] [69-21]  
 Thompson, J.N. [55- 3]  
 Thurston, Charles W. [66-11] [66-12]  
 Thürlimann, Bruno [63-14] [66- 1] [67-36] [68-57]  
 Timoshenko, Stepen P. [56- 2] [61- 6]  
 Trost, H. [67-18]  
 Tulin, Leonhardt G. [65- 8]
- Urquhart, L. C. [64- 2]
- Wagner, Otto [58- 7]  
 Wahl, Howard W. [69-34]  
 Walters, J.R.V. [67-11]  
 Walther, René [62- 4] [62- 5] [62- 6] [64- 5]  
 [64-16] [65- 6] [65- 7]
- Wantur, H. Zdenko [69-22]  
 Warner, R.F. [63-14]  
 Wascheidt, H. [66- 4]  
 Washa, George W. [64-14]  
 Vigerust, Gunnar [66-21] [68- 3]  
 Wilby, C.B. [63- 5]  
 Wills, L. Goodwyn [69-10]  
 Winter, Gebрге [60- 6] [64- 2]  
 Wood, R.H. [67- 8] [68- 6]  
 Worth, P. [69- 4]

- Yu, C.W. [69-27]  
 Yu, Wei-Wen [60- 6]
- Zia, Paul [64-10] [67-22]  
 Zwoyer, E.M. [59- 3]
- Östlund, Lars [67-24]

ALFABETISK EMNELISTE

		<u>Side</u>
Afstand mellem Armeringsstænger .....	I	199
Afstandsholdere for Armering .....	I	197
Aksialt Tryk (Brudstadiet) .....	I	54, 70
Aksialt Tryk (Brugsstadiet) .....	I	50
Aksialt Træk .....	I	55
Arbejdslinie for Beton .....	I	12
Arbejdslinie for Dansk Kamstaal .....	I	30
Arbejdslinie for Rundjern .....	I	27
Arbejdslinie for Tentorstaal .....	I	33, 34
Armering .....	I	26
Armering i Bundter .....	I	200
Armering i Søjler .....	I	222
Armering med svejste Stød .....	I	191
Armering, Partialkoefficient .....	I	41
Armeringens Forankring og Stød .....	I	186
Armerings-Krumninger .....	I	194
Armeringsprocent .....	I	61
Armeringsstængers Forankringsevne .....	I	185
Armeringsstængers indbyrdes Afstand .....	I	199
Armeringsstængers indbyrdes Afstand i Plader .....	I	207
Armeringsstængers Stødlængde .....	I	187, 189
Balance-Tilstand .....	I	73
Bauschinger-Effekt .....	I	32
Beton, Partialkoefficient .....	I	41
Betondækklag .....	I	196
Betonens transformerede Tværsnitsareal .....	I	52
Betonteknologi .....	I	4
Betontrykspændingernes Fordeling ved Brudstadiet ..	I	66
Beviklede Søjler .....	I	224
Bevægelig Belastning, Partialkoefficient .....	I	39
Bjælkebredde .....	I	211
Bjælker .....	I	211

		<u>Side</u>
Bjælker, Forskydningsarmering .....	I	213
Bjælker, Kipning .....	I	211
Bjælker, minimal Højde .....	I	211
Bjælker, Trykarmering .....	I	212
Bjælke-Søjle-Forbindelser .....	I	228
Brudkombinationer af Moment og Normalkraft .....	I	74
Brudlinieteorien .....	I	46, 48
Brudmoment for rektangulært Tværnsnit med Trykarmering paavirket til ren Bøjning .....	I	114
Brudmoment for rektangulært Tværnsnit uden Trykarmering paavirket til ren Bøjning .....	I	106, 107
Brudmoment for T-Bjælker .....	I	121
Brudstadie-Beregning .....	I	66
Brudstadie-Beregning, Generelt Beregningsprincip ..	I	73
Brudstadiet .....	I	39
Brudstadiet, Aksialt Tryk .....	I	54, 70
Brudstadiet, Betontrykspændingernes Fordeling .....	I	66
Brugsstadiet .....	I	38
Brugsstadiet, Centralt Tryk .....	I	50
Bue-Virkning (Forskydning) .....	I	148
Bue-Virkning (Forskydning i T-Bjælke-Flanger) ....	I	163
Bukke-Diameter for Armering .....	I	196
Bukning af Kamstaal .....	I	29
Bukning af Rundjern .....	I	28
Bukning af Tentorstaal .....	I	35
Bundtet Armering .....	I	200
Bøjleafstand .....	I	146, 158
Bøjler .....	I	139
Bøjler i Søjler .....	I	223
Bøjler, svejste .....	I	142
Bøjler ved Stød i Aksialarmering .....	I	190
Bøjlers Dimensionering .....	I	213
Bøjning kombineret med Vridning og Forskydning ..	II	12
Bøjningstrækstyrken (Beton) .....	I	7

		<u>Side</u>
Centralt belastet Søjle, Dimensioneringsformel ....	I	177
Centralt Tryk (Brudstadiet) .....	I	54, 70
Centralt Tryk (Brugsstadiet) .....	I	50
Centralt Træk .....	I	55
Cirkulære Tværsnit, Vridning .....	II	1
Cylinderstyrke .....	I	4
Deformationer .....	II	75
Delvis Forspænding .....	II	40
Delvis forspændt Beton, Forskydning .....	II	53
Delvis Indspænding .....	I	46
Diagonalt Træk-Brud .....	I	152
Dobbeltspændte Plader .....	I	48, 202
	II	18
Dobbeltspændte Plader, Hjørnekræfter .....	II	22
Deformationer .....	II	72
Dynamisk Belastning, Partialkoefficient .....	I	11
Dæklag .....	I	196
Elasticitetskoefficient for Beton .....	I	13, 23,
Elasticitetskoefficient for Staal .....	I	37
Enkeltspændte Plader .....	I	201
Euler-Formlen .....	I	170
Excentrisk belastede Søjler .....	I	173
Flerakset Paavirkning af Beton .....	I	9
Flydeledsteorien .....	I	46
Flydespænding (Armering) .....	I	26, 29
		32, 35
Forankring af Armering .....	I	186
Forankringsevne, Armeringsstænger .....	I	185
Forankringsevne, Udtrækningsforsøg .....	I	183
Forankringsfaktor .....	I	185
Forankringslængde .....	I	145
Forbindelse mellem Armering og Beton .....	I	182
Fordelingsarmering i Plader .....	I	201, 207
Forhaandskrumning i Søjler .....	I	173

		<u>Side</u>
Forskydning, Bue-Virkning .....	I	148
Forskydning, Gitter-Analogien .....	I	136
Forskydning i Plader .....	I	209
Forskydning i T-Bjælke-Flanger .....	I	162
Forskydning, Jernbeton, Spændbeton og delvis forspændt Beton .....	II	53
Forskydning kombineret med Bøjning og Vridning ..	II	12
Forskydning, K.W. Johansens Teori .....	I	150
Forskydning, Nyere Forsøg .....	I	151
Forskydning, Urevnet Stadium .....	I	128
Forskydning, Variabel Bjælkehøjde .....	I	159
Forskydningsarmering .....	I	132
Forskydningsarmering, Dimensionering .....	I	156
Forskydningsarmering i Bjælker .....	I	213
Forskydningsbrud .....	I	152
Forskydnings-Tryk-Brud .....	I	152
Forskydnings-Træk-Brud .....	I	153
Fripunkter .....	I	144
Fundamenter .....	I	231
Fundamenter, Uarmerede .....	I	232
Fundament-Søjle-Forbindelser .....	I	229
Gennemlokning af Plader .....	I	209
Gitter-Analogien .....	I	136
Hager paa Armering .....	I	186
Hjørnekræfter, dobbeltspændte Plader .....	II	22
Hjørner i Plader .....	II	205
Hovedspændinger .....	I	130
Huller i Plader .....	I	209
Hvilende Belastning, Partialkoefficient .....	I	39
Hvælvings-Virkning i Plader .....	I	202
Injektion af Spændarmeringskanaler .....	II	61
Injektionens Udførelse .....	II	63
Injektion i koldt Vejr .....	II	64

		<u>Side</u>
Injektionsmørtelens Blanding .....	II	63
Injektionsmørtelens Egenskaber .....	II	62
K. W. Johansens Teori (Forskydning) .....	I	150
Kamstaal (Dansk) .....	I	29
Kamstaal (Svensk) .....	I	35
Karakteristisk Styrke (Beton) .....	I	40
Kipping af Bjælker .....	I	211
Konstruktiv Udformning .....	I	182
Kontakt-Stød i Armering .....	I	193
Kontinuerlige Plader .....	I	203
Kroge paa Armering .....	I	186
Krumning af Armering .....	I	194
Krumning af Søjle .....	I	175
Krybning .....	I	19, 51
Krybning i Beton, Søjler .....	I	172, 176
Letbeton .....	I	1
Lineær Transformation af Forspændingen .....	II	46
Laaseglidning .....	II	43
Membran-Virkning i Plader .....	I	203
Middelcylinderstyrken .....	I	13
Minimal Armering i Plader .....	I	207
Minimale Armerings-Diametre for Pladearmering ..	I	207
Minimale Pladetykkelser .....	I	208
Muffe-Stød i Armering .....	I	193
n-fri Metode .....	I	69
Nakkebøjle .....	I	186
Nominal Belastning .....	I	39
Nominal Brudspænding .....	I	39, 40
Normaltarmeret, rektangulært Tværsnit .....	I	107
Normaltarmeret T-Bjælke .....	I	126
Normaltarmeret Tilstand .....	I	47, 72
Normer for Beton .....	I	2

Opbøjet Armering .....	I	143
Opbøjningsregler for Pladearmering .....	I	206
Opspænding, Sikkerhedsforanstaltninger .....	II	65
Overarmeret Tilstand .....	I	72
Overlappingsstød .....	I	86
Paddehat-Dæk .....	I	209
Partialkoefficient for Armering .....	I	41
Partialkoefficient for Beton .....	I	41
Partialkoefficient for bevægelig Belastning .....	I	39
Partialkoefficient for dynamisk Belastning .....	I	11
Partialkoefficient for hvilende Belastning .....	I	39
Partialkoefficient for uvarslet Brud .....	I	44
Partialkoefficient, supplerende .....	I	42
Partialkoefficientprincippet .....	I	39
Pladearmering, Afstand mellem Armeringsstænger	I	207
Pladearmering, Fordelingsarmering .....	I	201, 207
Pladearmering, minimal Armering .....	I	207
Pladearmering, minimale Armeringsdiametre .....	I	207
Pladearmering, Opbøjning over Understøtninger ...	I	205
Pladehjørner .....	I	205
Plader .....	I	201
Plader, dobbeltspændte .....	I	202
Plader, dobbeltspændte .....	II	18
Plader, enkeltspændte .....	I	201
Plader, Forskydning .....	I	209
Plader, Gennemlokning .....	I	209
Plader, Huller og Udsparinger .....	I	209
Plader, Hvælvingsvirkning .....	I	202
Plader, kontinuerlige .....	I	203
Plader, Membran-Virkning .....	I	203
Pladerande, simpelt understøttede .....	I	204
Pladetykkelser, minimale .....	I	208
Plasticitetsteorien anvendt paa Jernbeton .....	I	45
Poisson's Forhold for Beton .....	I	24

		<u>Side</u>
Rammehjørner .....	II	30
Rammer, Lineær Transformation .....	II	46
Rankine-Formlen .....	I	170
Rektangulært, revnet Tværsnit paavirket til Bøjning (Brugstadiet) .....	I	59
Rektangulært Tværsnit med Trykarmering paavirket til ren Bøjning (Brudstadiet) .....	I	110
Rektangulært Tværsnit paavirket af excentrisk Normalkraft (Brudstadiet) .....	I	86
Rektangulært Tværsnit paavirket af Normalkraft med lille Excentricitet (Brudstadiet) .....	I	98
Rektangulært Tværsnit paavirket af Normalkraft med stor Excentricitet (Brudstadiet) .....	I	92
Retkangulært Tværsnit uden Trykarmering paavirket til ren Bøjning (Brudstadiet) .....	I	104, 103
Relaksation .....	I	37
Restsvind .....	I	17
Retarder .....	II	38
Revnedannelse (Forskydning) .....	I	131
Revner i Beton .....	I	2
Revner i Beton, Søjler .....	I	172
Revnevidder .....	II	66
Ribbestaal .....	I	2, 29
Ritter-Formlen .....	I	171
Rotationskapacitet .....	I	46
Rumvægt for Beton .....	I	25
Rundjern .....	I	26
Sikkerhedsforanstaltninger ved Opspænding .....	II	65
Skiver .....	I	201
Skraabøjler .....	I	139
Skraajern .....	I	143
Smith-Diagram for Beton .....	I	10
Spalteforsøg .....	I	7
Spændarmerings-Kanaler, Injektion .....	II	61
Spændbeton .....	II	40
Spændbeton, Forskydning .....	II	53
Spændbeton, Lineær Transformation .....	II	46

		<u>Side</u>
Spændbeton-Rammer, Lineær Transformation .....	II	46
Spændvidde .....	I	45
Statisk ubestemte Konstruktioner .....	I	45
Strimmelmetoden .....	I	49
Støbeskel .....	II	37
Støbeskel i Søjler .....	I	225
Stød i Aksialarmering, Søjler .....	I	226
Stød i Armering .....	I	186
Stødlængde .....	I	187, 189
Stød, Tværarmering .....	I	188, 190
Supplerende Partialkoefficient .....	I	42
Svejste Armeringsnet .....	I	36
Svejste Stød i Armering .....	I	191
Svind .....	I	14
Svind i Beton, Søjler .....	I	172
Søjleberegning .....	I	175
Søjle-Bjælke-Forbindelser .....	I	228
Søjle-Fundament-Forbindelser .....	I	229
Søjler .....	I	170
Søjler, Aksialarmering .....	I	222
Søjler, beviklede .....	I	224
Søjler, Bøjler .....	I	223
Søjler, centralt belastet, Dimensioneringsformel..	I	177
Søjler, Forhaandskrumning .....	I	173
Søjler, Krumning .....	I	175
Søjler, Krybning og Svind .....	I	172, 176
Søjler, Revner i Beton .....	I	172
Søjler, Støbeskel .....	I	225
Søjler, Stød i Aksialarmeringen .....	I	226
Søjler, uarmerede .....	I	230
Søjletrykrets Excentricitet .....	I	173
Søjletværsnit .....	I	220
T-Bjælker (Brudstadiet) .....	I	117, 124
T-Bjælke-Flanger, Forskydning .....	I	162
Tentorstaal .....	I	32

		<u>Side</u>
Teoretisk Spændvidde .....	I	45
Terningstyrken .....	I	4
Tillægsmoment ved Søjler .....	I	175
Trajektorier .....	I	130
Transformeret Tværsnitsareal .....	I	52
Trykarmering .....	I	70, 71
Trykarmering i Bjælker .....	I	212
Trykarmering, rektangulært Tværnit (Brudstadiet).	I	110
Trykflangebredde for T-Bjælker .....	I	117
Trykstyrke (Beton) .....	I	1, 4
Træknormalkraft med lille Excentricitet (Brudstadiet) .....	I	71
Trækstyrke (Beton) .....	I	1, 7
Tværarmering ved Stød .....	I	188, 190
Uarmerede Fundamenter .....	I	232
Uarmerede Søjler .....	I	230
Uarmeret Beton. Vridning .....	II	3
Udmattelsespaavirkning af Armering .....	I	36
Udmattelsespaavirkning af Beton .....	I	10
Udsparinger i Plader .....	I	209
Udsvingsstyrken for Armering .....	I	36
Udtrækningsforsøg .....	I	183
Underarmeret, rektangulært Tværnit .....	I	107
Underarmeret T-Bjælke .....	I	126
Underarmeret Tilstand .....	I	71
Underarmeret Tværnit. Vridning .....	II	11
Uvarslet Brud .....	I	43, 71
Uvarslet Brud, Partialkoefficient .....	I	44
Uvarslet Forskydningsbrud .....	I	152
Vand-Cement-Forholdet .....	I	14, 16
Varmeudvidelseskoefficient for Beton .....	I	25
Varslet Brud .....	I	43, 72
Vouter .....	I	211
Vridning .....	II	1

		<u>Side</u>
Vridning. Cirkulære Tværnit .....	II	1
Vridning kombineret med Bøjning og Forskydning ..	II	12
Vridning optaget af Armeringen .....	II	6
Vridning. Samvirken af Beton og Armering .....	II	9
Vridningsbrud .....	II	5
Vridning. Uarmeret Beton .....	II	3



## Safety precautions for prestressing operations

### Notes for guidance

#### Introduction

The purpose of these notes is to lay down some simple but sensible precautions to ensure that stressing is carried out with the maximum amount of safety. The operations involved in tensioning and de-tensioning prestressing tendons are not dangerous—provided sufficient care is taken. Our chief enemies are ignorance, lack of thought and over-familiarity.

These notes have been based on successful experience over many years and are intended for use by the engineer or supervisor in charge of the stressing.

The following assumptions have been made:

- a* stressing operations will be carried out by experienced personnel under a competent supervisor

- b* the design and construction of the units concerned is of the required high standard
- c* all equipment is in full working order and properly maintained.

#### Precautions to be taken before stressing

##### General

1. Ensure that sightseers are kept away from stressing operations.
2. Erect stout double-faced screens at the back of the jack to form a safety barrier should trouble occur.
3. Display a large sign "ATTENTION—STRESSING IN PROGRESS—KEEP CLEAR" on the side of the safety screen remote from the jack to warn workmen and passers-by.
4. Fence off the area between the safety screens and the unit being stressed so that no-one can pass between them during the stressing operations.
5. Always refer to the detailed instructions issued by suppliers of the equipment being used and follow these instructions carefully.
6. Check all equipment before use and report any signs of wear or defects.
7. Instruct all operatives and supervisors to wear safety helmets during stressing operations.
8. Display a notice adjacent to the stressing plant giving the maximum design load of the bed and the upper limit of the position of the centre of gravity of the stressing wires.
9. Ensure that adequate precautions have been taken to restrain any possible skewing or lifting of the stressing equipment during stressing or release.
10. Do not permit any welding near high-tensile prestressing steel; such material should not be used for earthing electrical equipment of any kind.
11. Keep all equipment thoroughly clean and in a workmanlike condition. Badly maintained equipment always gives rise to trouble and

#### Data Sheet CSH 1

SfB Ba 9
UDC 693.564:614.8

February 1968

#### Key words

Prestressing  
Safety measures  
Cables  
Jacking  
Pressure gauges  
Wire  
Stressing  
Supervision

consequently is dangerous.

#### Handling of materials

1. Make sure that operatives wear gloves when handling prestressing tendons.
2. Temporarily suspend any other constructional operations which might involve workmen standing directly behind the jack.
3. Store all bars, wire and strand carefully and ensure that they are not damaged or lacerated in any way. Do not store out of doors without thorough protection.
4. Be careful when handling coils of high-tensile steel wire as they may "whip back" with force if not securely bound.
5. When assembling cables, check each individual wire for obvious flaws.
6. Do not allow grips to be exposed to the weather and become rusty.
7. See that the wedges and inside the barrels or cones are clean so that wedges are free to move inside the taper.
8. The threads of bars, nuts and couplers must be cleaned and oiled, and thread-protecting wrappings should be removed at the last moment before use. Threaded bars for pre-formed ducts must have suitable protection to the thread to avoid damage by abrasion.
9. Arrange for stressing to take place as soon as possible after the grips have been positioned.

#### Precautions to be taken during stressing

##### Using a prestressing jack

1. Do not become casual because you have stressed hundreds of cables before. The forces you are handling are enormous and carelessness may lead to loss of life—it may be yours!
2. It is important to keep the wire, bar or strand free from heavy rust and loose scale. A light film of rust is not harmful, but heavy flaking is dangerous. If in doubt, clean with a wire brush and examine, if necessary by tests, to ensure that the wire is safe and according to specifications.
3. Regular examination of hydraulic hoses is essential, and oil in the pump reservoir must be regularly drained and filtered.
4. Use only self-sealing couplings for hydraulic pressure pipes and take particular care that no bending stresses are applied to end connections.
5. It is preferable to use only hydraulic equipment supplied with a by-pass valve which is pre-set to a maximum safety load before stressing. The maximum safety load should not be more than 90% of the minimum specified ultimate strength of the tendons.
6. Operators must be given both an extension and

a gauge reading to work to. If there is any undue variation between the two readings, consult the engineer in charge.

7. Each jack pressure gauge must be checked at frequent intervals against a master gauge and the site engineer furnished with a calibration chart. Alternatively, a suitable calibrated proving ring can be used so that a daily test can be made if required. When large-diameter strand is being used, it is essential that some form of dynamometer or load cell is introduced behind or as an integral part of the jack.
8. Check hydraulic pressure pipes for flaws or bubbles after each stressing operation.
9. Double-check the grips or fixing of tendons to the prestressing jack before stressing. Keep the wedges clean and free from dirt. Remember that the wedge teeth do not last for ever.
10. In systems where more than one wire is gripped at a time around the body of the jack, make sure the wedge pieces are not worn. A slip of one wire may well cause overloading on the other wires, which may lead to failure.
11. **Never stand behind a jack during stressing operations.**
12. Tension tendons to a low initial stress (say 4 tons/in<sup>2</sup>) and re-check wedges, fixings and position of jack. Zero the extension gauge at this stage.
13. Do not strike the equipment with a hammer to adjust the alignment of the jack when the load is on.
14. Check fixings at non-jacking end.
15. Ensure that a competent person is always available at the non-jacking end to check on anchorages during stressing.
16. Double-check cable fixings before releasing tensions.

##### Using a cross-head

1. Pin up the top wires first and, on completion, check that they have been pulled straight and are not tangled or caught up in the forms.
2. A pinning-up force of 500 lb is recommended for 0.2 in. diameter wire, and one of 1,000 lb for ½ in. strand. (This should be enough load to free any tangles and clear obstructions.)
3. Do not become casual because you have stressed hundreds of beams before. The forces you are handling are enormous and carelessness may lead to loss of life—it may be yours!
4. Keep all equipment thoroughly clean and in a workmanlike condition. Badly maintained equipment always gives rise to trouble, and consequently is dangerous.
5. Before tensioning, ensure that all the wires or strands are secured against the possibility of flying. The following act as safeguards:
  - a* shutters and end-plates;
  - b* groups and stirrups enclosing wires;
  - c* heavy timbers laid over wires;
  - d* rolls of hessian laid across wires.
6. During stressing operations all personnel must stand clear.
7. **Never stand behind a jack during stressing operations.**
8. When stressing single strand, the operator must not stand directly behind grips that have recently been tensioned.
9. *Multi-wire or strand stressing.* Apply a small extension initially and check the line to ensure there are no loose or caught-up wires or end-plates. Only after this inspection should the full load be applied. In placing the packers, care must be taken not to score the ram of the jack.
10. *Single-wire stressing.* Apply the full load and extensions to each of the individual wires and lock

off. The loads and extensions should be carefully noted by the supervisor.

11. Place a protective guard over the grips before starting multi-strand stressing, and immediately after single-strand stressing is completed.

#### Precautions to be taken after stressing

##### Using a prestressing jack

1. After stressing, cut off wires or strands behind the anchorages with a disc cutting tool, cropper or snapping-off tool. Electric arc and/or gas cutting is allowable if carefully executed.
2. A clear eye-shield should be worn by operatives during grouting operations.
3. Check all ducts with compressed air to make sure that they are not blocked before grouting.
4. It is preferable to use only threaded connectors between grout nozzles and grouting points. A sudden spurt of grout under pressure can cause severe injury especially to the eyes.
5. Do not peer into duct bleeders to see if grout is coming through. Grout may jam temporarily and, as pressure is applied, it may suddenly spurt from the bleeders, or the far end of the duct, causing serious injury.
6. When grouting over railways or public roads, take precautions to see that escaping grout does not cause a hazard to traffic below.

##### Using a cross-head

1. Before de-tensioning remove all obstructions to the free movement of the units.
2. Only allow the cross-head to be jacked back a minimum amount, just sufficient to free the packers.
3. De-tension slowly and evenly. Any sudden movement may cause damage to the concrete units.
4. If the strands are de-tensioned one at a time, this should be done in sequence.
5. Ensure the supervisor keeps a record book for each line. The following information should be recorded:
  - a* date into service of all new equipment
  - b* dates of exchange of equipment, wedges, barrels, etc.
  - c* number of uses to date of wedges, barrels, etc.
  - d* confirmation that the inspection as detailed below has been carried out.
6. Inspect and clean all wedges each week, and record the fact in the book provided. Clean the teeth of the wedges with a wire brush in order to remove any dirt or rust accumulated in the valleys of the teeth. Replace worn segments as necessary. Coat the backs of the wedges with graphite or wax, according to the grip-manufacturer's instructions.
7. Return all barrels to the stores for cleaning and checking along with the wedges. It is essential to see that the insides of the barrels are clean so that the wedges are free to move inside the taper.
8. Inspect weekly for the following:
  - a* distorted anchor-plates,
  - b* distortion of stressing equipment, cross-heads, etc.
  - c* any cracked welding on the equipment.

Tværsnitsareal af Armeringsstøenger (cm<sup>2</sup>)

Ø	ANTAL									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0,283	0,566	0,848	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83
8	0,503	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03
10	0,785	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,2	11,3
16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,1	12,1	14,1	16,1	18,1	20,1
20	3,14	6,28	9,42	12,6	15,7	18,9	22,0	25,1	28,3	31,4
25	4,91	9,82	14,7	19,6	24,5	29,5	34,4	39,3	44,2	49,1